

Rechenbuch zum Schul- und Hausgebrauche eine nach den bewährtesten
methodischen Grundsätzen bearbeitete praktische Anweisung zum Kopf- und
Zifferrechnen, mit sehr vielen Uebungs-Aufgaben
Bd.: 3[,1]

1852

Bamberg, Staatsbibliothek -- RB.Ma.o.14(1#3
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11770753-0

La. H. 576.

Rechenbuch

zum

Schul- und Hausgebrauche.

Eine

nach den bewährtesten methodischen Grundsätzen

bearbeitete

praktische Anweisung

zum

Kopf- und Zifferrechnen,

mit

sehr vielen Übungsaufgaben.

Von

G. Fr. Heinisch.

Dritter Theil:

Der Zweisatz, der Dreisatz in Bruchform, die Proportions- und die Kettenrechnung.

B a m b e r g 1852.

Verlag der Buchner'schen Buchhandlung.

L. H. 576.

Rechenbuch

zum

Schul- und Hausgebrauche.

Eine

nach den bewährtesten methodischen Grundsätzen

bearbeitete

praktische Anweisung

zum

Kopf- und Zifferrechnen,

mit

sehr vielen Übungsaufgaben.

Von

G. Fr. Heinisch.

Dritter Theil:

Der Zweisatz, der Dreisatz in Bruchform, die Proportions- und
die Kettenrechnung.

B a m b e r g 1852.

Verlag der Buchner'schen Buchhandlung.



G. Fr. Heinisch's
R e c h e n b u c h

zum

Schul- und Hausgebrauche.

III. Theil,

den Zweisatz, den Dreisatz in Bruchform, die Proportions- und
die Kettenrechnung enthaltend.

Einzelpreis per Exemplar 24 $\mathcal{R}$ = 8 $\mathcal{S}$ gr., bei Parthieen von
15 Exemplaren nur à 20 $\mathcal{R}$.

 Die Auflösungen der in diesem dritten Bändchen enthal-
tenen Rechnungsaufgaben sind apart durch jede Buchhandlung zu beziehen.

In der Buchner'schen Buchhandlung in Bamberg sind folgende sehr empfehlenswerthe und gediegene Schriften für Schulen &c. erschienen und in allen Buchhandlungen zu haben:

Engelbrecht, A. C., kurzer Inbegriff des Nothwendigsten und Gemeinnützigsten aus der Natur und dem Menschenleben für die Jugend in Stadt- und Landschulen auf die Dauer ihrer Schulpflichtigkeit. Zehnte verbesserte und vermehrte Auflage. Preis 12 fr.

Heinisch, G. Fr. und Ludwig, J. L., Erstes Sprach- und Lesebuch für Volksschulen. Ein Lesebuch für die zwei bis drei ersten Schuljahre. In drei Abtheilungen. Dritte Auflage. Preis roh 12 fr. 4 Sgr. Die I. Abtheilung (Fibel) kostet allein 3 fr.; die II. und III. Abtheilung 9 fr. Da zwei Ausgaben bezügl. der bibl. Geschichte existiren, eine für katholische und die andere für protestantische Schulen, so wolle dies bei den Bestellungen genau beobachtet werden.

Heinisch, G. Fr., und Ludwig, J. L., Zweites Sprach- und Lesebuch. Ein Lesebuch für die mittlere Schulklasse. 2te verbesserte Auflage. Einzelpreis 18 fr., 6 Sgr.

Dieselben, Drittes Sprach- und Lesebuch. Ein Lesebuch für die Oberklasse der Volksschule und für die unteren Klassen höherer Lehranstalten. Einzelpreis 30 fr., bei Parthieabnahme von 15 Exemplaren à 27 fr. per Exemplar.

Dieselben, Viertes Sprach- und Lesebuch. N. u. d. T.: die Sprache der Prosa, Poesie und Beredsamkeit, theoretisch erläutert und mit vielen Beispielen aus den Schriften der besten deutschen Classiker versehen. Ein Sprach- und Lesebuch für höhere Lehranstalten und Familien.

Heinisch, G. Fr., Kleine Weltkunde für Schule und Haus. Mit einem Anhange, die Geographie und Geschichte Bayerns enth. 2te vermehrte Auflage. Preis 12 fr.

Derselbe, das Wissenswürdigste aus der Geographie und Geschichte Bayerns. 3. Auflage. Preis 6 fr.

Derselbe, Rechenbuch zum Schul- und Hausgebrauche. Eine nach den bewährtesten, methodischen Grundsätzen bearbeitete Anweisung zum Kopf- und Zifferrechnen, mit sehr vielen Übungsaufgaben. Erster Theil: Die Grundrechnungsarten in gleich- und ungleichbenannten Zahlen. Preis 18 fr., in Parthieen zu 15 Exemplaren à 16 fr. Zweiter Theil: Die Bruchrechnungen, 12 fr.; in Parthieen zu 15 Exemplaren à 10 fr.

Derselbe, kurzer Abriß der Erdbeschreibung für die Hand der Schüler bearbeitet. Preis 9 fr.

Ludwig, J. L., Praktisches Handbuch für den gesammten Unterricht in den deutschen Volksschulen. Nach den bewährtesten Grundsätzen und dem gegenwärtigen Stand der Pädagogik bearbeitet.

F. K. Dffinger, Lehrer, Der Schreiblese-Unterricht in seiner natürlichen Verbindung mit dem Sprachunterrichte. Nach den bewährtesten Unterrichtsgrundsätzen bearbeitet und vierjährig angewendet. Mit einer Steindrucktafel. 2. umgearbeitete Auflage. Geheftet, Preis 54 fr.

Derselbe. Erstes Schul-Buch. Stufenweise geordneter Stoff zu den ersten Schreib- und Leseübungen, sowie auch zur Begründung des Sprach-Unterrichtes überhaupt, insbesondere aber zur Förderung der Rechtschreibung. Ein nothwendiges Hülfsmittel zum Schreiblese-Unterricht. Dritte verbesserte Auflage. Preis einzeln roh 12 fr.

Pflug, J., methodische Anleitung zu einem naturgemäßen und geistbildenden Unterrichte im schriftlichen Gedankenausdrucke und zur Verabfassung aller Arten schriftlicher Aufsätze für deutsche Schulen. 2 Theile. Preis 1 fl. 36 fr.

Rechenbuch

zum

Schul- und Hausgebrauche.

Eine

nach den bewährtesten methodischen Grundsätzen

bearbeitete

praktische Anweisung

zum

Kopf- und Zifferrechnen,

mit

sehr vielen Übungsaufgaben.

Von

G. Fr. Heinisch.

Dritter Theil:

Der Zweifach, der Dreifach in Bruchform, die Proportions- und die Kettenrechnung.

Samberg 1852.

Verlag der Buchner'schen Buchhandlung.

V o r w o r t

zum II. und III. Theile des Rechenbuches.

Die hier vorliegenden beiden Theile meines Rechenbuches sollten nach meinem Plane nur den II. Theil desselben bilden. Da aber vor und während des Druckes derselben von verschiedenen Seiten Briefe theils bei mir, theils bei dem Herrn Verleger einliefen, in welchen der Wunsch ausgesprochen wurde, dasselbe in kleineren Abtheilungen erscheinen zu lassen, weil hierdurch die Einführung in den Schulen erleichtert werde, so entschloß ich mich erst während des Druckes, den II. Theile in zwei Theile zu trennen und die Bruchrechnungen gesondert von der Regeldetri erscheinen zu lassen.

Gerne hätte ich die Dezimalbruchrechnung sogleich in Verbindung mit der Rechnung in gemeinen Brüchen behandelt; allein in Berücksichtigung, daß das erste Rechenbuch eine sehr freundliche Aufnahme in den Volksschulen fand, und in der Hoffnung, daß auch diese beiden Theile sich den Weg in dieselben bahnen werden, habe ich die Dezimalbrüche hier noch nicht vorgeführt, weil sie in den meisten dieser Schulen wegen beschränkter Zeit doch nicht behandelt werden können.

Zur Berechnung für die Aufgaben in Regeldetri, Regulaquinque &c., welche im III. Theile vorkommen, habe ich zwar auch die Proportions- und Kettenrechnung gründlich und anschaulich durchzuführen gesucht, weil hiernach in vielen Volksschulen und in anderen Lehran-

stalten verfahren wird; ich gebe aber für die Volksschule der Lehre vom Zweifache und vom Dreifache in Bruchform den Vorzug vor jenen Rechnungsarten, ja ich glaube, daß namentlich der Dreifach in Bruchform sich auch in den unteren Klassen höherer Lehranstalten bald Eingang verschaffen werde, und habe daher die Lehre vom Zweifache und Dreifache der Proportions- und Kettenrechnung vorangehen lassen. Der Rechenunterricht soll zum richtigen Denken, Urtheilen und Schließen befähigen, also eine praktische Logik sein. Eben deswegen müssen beim Jugendunterrichte nur solche Ansätze zur schriftlichen Berechnung gewählt werden, welche vorherige Ueberlegung und Beurtheilung des Sachverhältnisses voraussetzen und nur das enthalten, was unumgänglich nothwendig zur Sache gehört. Nun ist zwar richtig, daß auch bei der Proportions- und Kettenrechnung die Denk- und Urtheilskraft beständig in Anspruch genommen wird; indessen bei dem Schüler der Volksschule soll nach meiner Ansicht eine solche Rechnungsweise gewählt werden, bei der er gerade so wieder sich geistig bewegen und daher durch die nämlichen Vernunftschlüsse das Resultat der Aufgabe herleiten kann, als dies beim mündlichen Rechnen geschehen ist; weil in der Volksschule das Zifferrechnen nichts anderes, als eine Fortsetzung des Kopfrechnens sein, und der Schüler bei größeren Zahlenverhältnissen durch das Zifferrechnen nur dem Gedächtnisse zu Hülfe kommen soll. Wird nun zur Lösung der Regeldetriaufgaben der im dritten Theile vorgeführte Zweifach oder Dreifach gewählt, bei welchem das schriftliche Rechnen des Schülers ein fortwährendes Schließen und Folgern, und der Gedankengang der nämliche ist, der bei dem mündlichen Rechnen eingehalten wird: dann wird auch in der Regeldetri das Zifferrechnen durch das Kopfrechnen die rechte Vorbereitung finden; eines wird das andere unterstützen; die nöthige Sicherheit und Festigkeit im Rechnen wird hiedurch mehr, als durch ein anderes Verfahren erzielt werden, und ein Vergessen des Ansatzes und der Berech-

nungsweise wird nicht mehr so leicht möglich sein, als es bei dem gedankenlosen Merken und Anwenden der vorgeschriebenen Regeln so oft wahrgenommen werden mußte.

Obwohl ich die Benennungen „Zweisatz“ und „Dreisatz in Bruchform“ zur Bezeichnung des Unterschieds, der zwischen beiden Rechnungsarten obwaltet, nicht für ganz richtig erachte, so habe ich dieselben doch beibehalten, weil sie herkömmlich sind; es kommt ja hier überhaupt nicht auf den Namen, sondern vielmehr auf eine kurze, recht faßliche Durchführung des Gegenstandes an. Nach meiner Ansicht lassen sich beide Namen auf alle im III. Theile vorgestellten Rechnungsarten anwenden: der Name „Zweisatz“ deßhalb, weil jede der Aufgaben aus dem Frage- und aus dem Bedingungsätze, also: aus 2 Sätzen besteht; der Name: „Dreisatz“ aber deßwegen, weil jede einfache Regeldetriaufgabe aus 3 Gliedern besteht, aus welchen das vierte hergeleitet werden soll. Da das Resultat bei diesen Rechnungsaufgaben durch Schlüsse gewonnen wird, so werden beide Arten auch „Schlußrechnung“ genannt.

Ein methodischer Stufengang ist, wie man leicht ersehen wird, auch in diesem II. und III. Theile eingehalten worden und zur schnelleren Orientirung des Lehrers in kurzen Ueberschriften angegeben.

Die Erklärungen, welche, wie im I. Theile, in kleinerem Druck, als die Rechnungsaufgaben, aufgeführt sind, konnten hier nicht immer so kurz angedeutet werden, als dies im I. Theile geschah, weil zur Erzielung möglichster Faßlichkeit hier zuweilen etwas ausführlichere Erklärungen nothwendig wurden.

Die Aufgaben zu dem Zifferrechnen sind zum Unterschiede der Aufgaben für das Kopfrechnen auch hier in lateinischen Lettern gedruckt worden.

Bei der Proportions- und Kettenrechnung konnte ich den nämlichen Stufengang beobachten, den ich bei dem Zwei- und Dreisatz

VIII

wählte; ich that dies um so lieber, da es mir bei dieser Einrichtung zur Ersparung des Raumes möglich wurde, besondere Uebungsbeispiele ganz wegzulassen und mich auf die im Zwei- und Dreifache vorgeführten zu beziehen. Ich habe daher bei jeder neuen Stufe auf die Nummern der im Zwei- und Dreifache gegebenen Uebungsaufgaben hingewiesen.

Die Lösungen der im II. und III. Theile enthaltenen Uebungsaufgaben zum Gebrauche für Lehrer werden von den löblichen Buchhandlungen besonders bezogen.

Der IV. Theil, welcher noch nachfolgen und den Schluß des Ganzen bilden wird, wird die Decimalbruchrechnungen, das Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzel und mehrere andere Rechnungsarten enthalten, die im dritten Theile wegen Mangels an Raum nicht aufgenommen werden konnten.

Bayreuth, im Mai 1852.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis

zum zweiten und dritten Theile des Rechenbuches.

Zweiter Theil.

Von den Rechnungen mit Brüchen.

	Seite
1. Vorbegriffe und Vorübungen zum Bruchrechnen	1
1) Begriff vom Ganzen und Bruch	1
2) Glieder eines Bruches	2
3) Schreiben und Lesen der Brüche	3
4) Verschiedene Arten der Brüche	3
5) Verwandlung ganzer Zahlen in uneigentliche Brüche und uneigentlicher Brüche in ganze Zahlen	4
6) Verwandlung gemischter Zahlen in unechte Brüche und unechter Brüche in gemischte Zahlen	6
7) Verwandlung der Doppelbrüche in einfache Brüche	7
8) Vergleichung des Werths der Brüche mit dem Ganzen	7
9) Vergleichung des Werths der Brüche mit dem Werthe anderer Brüche	8
10) Vergrößern des Werthes der Brüche,	
a) Durch Vervielfältigen des Zählers	9
b) Durch Theilen des Nenners	10
11) Verkleinern der Brüche,	
a) Durch Vervielfältigung des Nenners	10
b) Durch Theilung des Zählers	11
12) Veränderung des Namens der Brüche mit Beibehaltung ihres Werthes.	
a) Erweitern der Brüche	11
b) Vereinfachen, Kürzen oder Aufheben der Brüche	13
Kopfrechnen	13
Zifferrechnen	14

	Seite
13) Resolviren oder Auflösen der Brüche	19
Kopfrechnen	19
Zifferrechnen	20
14) Zurückführen niederer Sorten auf einen Bruch einer höheren Sorte —	
Reduciren	23
Kopfrechnen	23
Zifferrechnen	24
15) Verwandlung ungleichnamiger Brüche in gleichnamige	25
Kopfrechnen	25
Zifferrechnen	27
a) Verfahren, wenn die kleineren Nenner im größten aufgehen	27
b) Verfahren, wenn die Nenner nicht rein in einander aufgehen	27
c) Verfahren, wodurch man bei nicht rein in einander aufgehenden Nennern den kleinsten Hauptnenner auffinden kann	28
16) Aufgaben zur Wiederholung der Vorbegriffe und Vorübungen zum Bruchrechnen	30

II. Addition der Brüche 32

K o p f r e c h n e n .

1) Addiren gleichnamiger Brüche	32
a) Reine Brüche	32
b) Gemischte Zahlen	33
c) Ungleichbenannte Zahlen mit Brüchen	33
2) Addiren ungleichnamiger Brüche, bei denen ein Theil die Benennung des andern annimmt	34
a) Reine Brüche	34
b) Gemischte Zahlen	34
3) Addiren ungleichnamiger Brüche, bei welchen ganz neue Benennungen gesucht werden müssen	34
a) Reine Brüche	34
b) Gemischte Zahlen	35

Z i f f e r r e c h n e n .

1) Addiren gleichnamiger Brüche	36
a) Reine Zahlen	36
b) Gemischte Zahlen	37
c) Ungleichbenannte Zahlen mit Brüchen	37
2) Addiren ungleichnamiger Brüche, bei denen ein Theil die Benennung des andern annimmt	38
a) Reine Brüche	38
b) Gemischte Zahlen	39
c) Ungleichbenannte Zahlen mit Brüchen	40
3) Addiren solcher ungleichnamiger Brüche, bei welchen ganz neue Benennungen gesucht werden müssen	40
a) Reine Brüche	40
b) Gemischte und c) ungleichbenannte Zahlen mit Brüchen	42

III. Subtraction der Brüche 43

K o p f r e c h n e n.

1) Abziehen eines Bruches von einem gleichnamigen Bruche	43
a) Reine Brüche	43
b) Gemischte Zahlen	44
2) Abziehen eines Bruches von einem Ganzen	44
3) Abziehen einer gemischten Zahl von einem Ganzen	45
4) Abziehen solcher ungleichnamiger Brüche, bei denen der eine die Benennung des andern annimmt	45
a) Reine Brüche	46
b) Gemischte Zahlen	46
5) Abziehen solcher ungleichnamiger Brüche, bei welchen ganz neue Benennungen gesucht werden müssen	47
a) Reine Brüche	47
b) Gemischte Zahlen	47

Z i f f e r r e c h n e n.

1) Abziehen eines Bruches von einem gleichnamigen Bruche	48
a) Reine Brüche	48
b) Gemischte Zahlen	48
c) Ungleichbenannte Zahlen mit gleichnamigen Brüchen	49
2) Abziehen eines Bruches oder einer gemischten Zahl von einem Ganzen	49
3) Abziehen solcher ungleichnamiger Brüche, bei denen der eine die Benennung des andern annimmt	50
4) Abziehen solcher ungleichnamiger Brüche, bei welchen ganz neue Benennungen gesucht werden müssen	51
5) Subtraktionsprobe	53
6) Additionsprobe	53

IV. Multiplication der Brüche 54

K o p f r e c h n e n.

1) Brüche oder gemischte Zahlen durch Ganze	54
a) Durch Vervielfältigen des Zählers	54
b) Durch Theilung des Nenners	54
2) Ganze durch Brüche oder gemischte Zahlen	55
3) Brüche oder gemischte Zahlen durch Brüche oder gemischte Zahlen	56
a) Reine Brüche durch reine Brüche	56
b) Gemischte Zahlen durch reine Brüche, und umgekehrt reine Brüche durch gemischte Zahlen	56
c) Gemischte Zahlen durch gemischte Zahlen	57
4) Einige Abkürzungen beim mündlichen Multipliciren der Brüche	57
5) Multiplicationsaufgaben, in welchen jede beliebige Kreuzerzahl von 1—59 vorkommt	58

Z i f f e r r e c h n e n .

1) Brüche und gemischte Zahlen durch Ganze	67
a) Durch Vervielfältigen des Zählers	67
b) Durch Theilung des Nenners	69
c) Durch andere Abkürzung	69
2) Ganze durch Brüche oder gemischte Zahlen	69
a) Durch Vervielfältigen des Zählers	69
b) Durch Theilung des Nenners und	
c) Durch andere Abkürzung	70
3) Brüche und gemischte Zahlen durch Brüche und gemischte Zahlen	70
a) Reine Brüche durch reine Brüche	70
b) Gemischte Zahlen durch reine Brüche, und umgekehrt, reine	
Brüche durch gemischte Zahlen	71
c) Gemischte Zahlen durch gemischte Zahlen	72
4) Multiplicationsbeispiele, in welchen ungleichbenannte Zahlen mit	
Brüchen vorkommen	72

V. Division der Brüche	74
---	-----------

K o p f r e c h n e n .

1) Division eines Bruches durch einen Bruch	74
a) Gleichnamige Brüche	74
b) Ungleichnamige Brüche	75
2) Division eines Bruches durch eine ganze Zahl	75
3) Division einer ganzen Zahl durch einen Bruch	76
4) Divisionsbeispiele, in welchen gemischte Zahlen vorkommen	76
a) Division einer gemischten Zahl durch einen reinen Bruch	76
b) Division eines reinen Bruches durch eine gemischte Zahl	77
c) Division einer gemischten Zahl durch Ganze	77
d) Division ganzer Zahlen durch gemischte	78
e) Division gemischter Zahlen durch gemischte Zahlen	78

Zifferrechnen	78
--------------------------------	-----------

1) Theilung eines Bruches durch einen Bruch	80
2) Theilung eines Bruches durch eine ganze Zahl	80
3) Theilung einer ganzen Zahl durch einen Bruch	81
4) Divisionsbeispiele, in welchen gemischte Zahlen vorkommen	82
a) Theilung einer gemischten Zahl durch einen reinen Bruch	82
b) Theilung eines reinen Bruches durch eine gemischte Zahl	82
c) Theilung einer gemischten Zahl durch Ganze	83
d) Theilung ganzer Zahlen durch gemischte	84
e) Theilung gemischter Zahlen durch gemischte	84
f) Theilung gleich- und ungleichbenannter Zahlen mit Brüchen	85
g) Divisionsprobe	86
h) Multiplikationsprobe	86

VI. Aufgaben zur Wiederholung der Bruchrechnungen	87
--	-----------

Kopfrechnen	87
------------------------------	-----------

Zifferrechnen	88
--------------------------------	-----------



Dritter Theil.

Erster Abschnitt.

	Seite
Der Zweisatz und die Megeldetri in Bruchform oder die Schlußrechnung	1
I. Einige Multiplicationsaufgaben	3
Schluß von einer Einheit auf eine Mehrheit	3
Kopfrechnen	3
Zifferrechnen	4
II. Einige Divisionsaufgaben	7
Schluß von einer Mehrheit auf eine Einheit	7
Kopfrechnen	7
Zifferrechnen	8
III. Divisions- und Multiplications-Aufgaben zugleich	11
Schluß von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit	11
A. Aufgaben mit geraden Verhältnissen	13
K o p f r e c h n e n .	
1) In ganzen Zahlen	13
a) Durch Division und Multiplication	13
b) Durch bloße Multiplication	13
c) Auf noch andere Weise	13
2) In Bruchzahlen	15
3) In gemischten Zahlen	16
4) In zusammengesetzten Gliedern	18
Z i f f e r r e c h n e n .	
1) Rechnungen mit 2 Grössen gleicher Art und Benennung und mit einer Grösse anderer Art	20
2) Rechnungen mit 2 Grössen gleicher Art, aber verschiedener Be- nennung und mit einer Grösse anderer Art	21
3) Rechnungen mit Bruch- und gemischten Zahlen	22
a) Die Bruchzahl im zweiten Gliede des Bedingungssatzes	22
b) Die Bruchzahl im Fragesatze	24
c) Die Bruchzahl im ersten Gliede des Bedingungssatzes	25
4) Rechnungen mit zusammengesetzten Gliedern	27
B. Aufgaben mit umgekehrten Verhältnissen	32
Kopfrechnen	33
Zifferrechnen	35

C. Vermischte Aufgaben zur Wiederholung des Zwei- und Dreisatzes mit geraden und umgekehrten Verhältnissen	39
D. Probe über die Zwei- und Dreisatzrechnung	42

IV. Erweiterte oder zusammengesetzte Aufgaben aus dem Zwei- und Dreisatz	43
--	----

K o p f r e c h n e n .

A. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Einheit auf die Mehrheit schließt	43
B. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Mehrheit auf die Einheit schließt	44
C. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit schließt	45

Z i f f e r r e c h n e n .

A. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Einheit auf die Mehrheit schliesst	47
B. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Mehrheit auf die Einheit schliesst	48
C. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit schliesst	50
1) Arbeiter, Zeit und Verdienst	50
2) Arbeiter, Arbeit und Zeit	53
3) Lebensmittel, Verzehr, Zeit und Verbrauch	57
4) Länge, Breite und Höhe, oder Tiefe, oder Dicke	59
5) Gewicht oder Mass und Preis	62
6) Gewicht und Entfernung	63

V. Einige besondere Rechnungsarten durch den einfachen und erweiterten Zweisatz und Dreisatz	65
--	----

A. Zinsrechnung	65
---------------------------	----

1) Berechnung des Zinses (aus dem Capitale, der Zeit und dem Zinsfuße)	66
--	----

Kopfrechnen	66
-----------------------	----

Zifferrechnen	67
-------------------------	----

2) Berechnung des Capitals (aus den Zinsen, dem Zinsfuße und der Zeit)	69
--	----

Kopfrechnen	69
-----------------------	----

Zifferrechnen	70
-------------------------	----

3) Berechnung des Zinsfußes oder der Procente (aus dem Capitale, den Zinsen und der Zeit)	73
---	----

Kopfrechnen	73
-----------------------	----

Zifferrechnen	74
-------------------------	----

4) Berechnung der Zeit (aus dem Capitale, den Zinsen und dem Zinsfuße)	76
--	----

Kopfrechnen	76
-----------------------	----

Zifferrechnen	76
-------------------------	----

	Seite
5) Aufgaben, in welchen die Zahl der Tage erst aus der Zeitdauer bestimmt werden muß	78
Zifferrechnen	78
6) Einige Abkürzungen zur Auffindung der Zinse mehrerer Capitalien beim Zifferrechnen	79
B. Terminrechnung	83
1) Mittlerer Zahlungstermin bei gleich grossen, aber zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien	84
2) Mittlerer Zahlungstermin bei Capitalien von verschiedener Grösse zu verschiedenen Zeiten fällig	85
3) Mittlerer Zinsfuss und Zahlungstermin bei nicht gleich grossem Zinsfusse der verschiedenen Capitalposten	87
4) Termin zur Zahlung des Restes einer Summe, deren erste Abschlagszahlungen nicht zur festgesetzten Zeit geleistet worden sind	88
C. Hausrechnung	90
K o p f r e c h n e n .	
1) Einfache Hausrechnungen	90
2) Zusammengesetzte Hausrechnungen	91
Z i f f e r r e c h n e n .	
1) Einfache Hausrechnung	92
2) Zusammengesetzte Hausrechnung	92
D. Theilungs- und Gesellschaftsrechnung	95
K o p f r e c h n e n .	
1) Einfache Theilungs- und Gesellschaftsrechnung	95
2) Zusammengesetzte Theilungs- und Gesellschaftsrechnung	97
Z i f f e r r e c h n e n .	
1) Einfache Theilungs- und Gesellschaftsrechnung	98
2) Zusammengesetzte Theilungs- und Gesellschaftsrechnung	101

Zweiter Abschnitt.

Von der Proportions- und der Kettenrechnung.

A. Einleitung zur Proportionsrechnung	104
B. Einleitung zur Kettenrechnung	110
C. Berechnungen nach dem Proportions- und nach dem Kettenansatze	113
I. Einige Multiplicationsaufgaben	113
II. Einige Divisionsaufgaben	116
III. Divisions- und Multiplications-Aufgaben zugleich	118
A. Aufgaben mit geraden Verhältnissen	118
1) Rechnungen mit zwei Grössen gleicher Art und Benennung, und mit einer Grösse anderer Art	119
2) Rechnungen mit 2 Grössen gleicher Art, aber verschiedener Benennung und mit einer Grösse anderer Art	118

	Seite
3) Rechnungen mit Bruch und gemischten Zahlen	119
4) Rechnungen mit zusammengesetzten Gliedern	121
B. Aufgaben mit umgekehrten Verhältnissen	124
C. Vermischte Aufgaben zur Wiederholung der Proportions- und Kettenrechnung mit geraden und umgekehrten Verhältnissen . .	126
IV. Erweiterte oder zusammengesetzte Aufgaben aus der Proportions- und Kettenrechnung	126
A. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Einheit auf die Mehrheit schliesst	126
B. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Mehrheit auf die Einheit schliesst	127
C. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit schliesst	128
1) Arbeiter, Zeit und Verdienst	128
2) Arbeiter, Arbeit und Zeit	130
3) Lebensmittel, Verzehr, Zeit und Verbrauch	133
4) Länge, Breite und Höhe oder Tiefe oder Dicke	134
5) Gewicht oder Mass und Zeit	135
6) Gewicht und Entfernung	136
V. Einige besondere Rechnungsarten durch die Proportions- und Kettenrechnung	137
A. Zinsrechnung	137
1) Berechnung des Zinses (aus dem Capitale, der Zeit und dem Zinsfusse)	137
2) Berechnung des Capitals (aus den Zinsen, dem Zinsfusse und der Zeit)	139
3) Berechnung des Zinsfusses oder der Procente (aus dem Capitale, den Zinsen und der Zeit)	141
4) Berechnung der Zeit (aus dem Capitale, den Zinsen und dem Zinsfusse)	141
5) Aufgaben, in welchen die Zahl der Tage erst aus der Zeitdauer bestimmt werden muss	142
6) Einige Abkürzungen zur Auffindung der Zinsen mehrerer Capitalien	142
B. Terminrechnung	145
1) Mittlerer Zahlungstermin bei gleich grossen, aber zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien etc.	145
C. Hausrechnung	145
1) Einfache Hausrechnung	145
2) Zusammengesetzte Hausrechnung	146
D. Theilungs- und Gesellschaftsrechnung	147
E. Einige Rechnungen, die sich auf die kürzeste Weise durch die Kettenregel lösen lassen	148
Aufgaben zur Wiederholung der im dritten Theile vorkommenden Rechnungsarten	150



Erster Abschnitt.

Der

Zweifel und die Regeldetri in Bruchform oder die Schlußrechnung.

Die Regeldetri oder der Zweifel ist die Lehre von den dreigliederigen Rechnungen. Jede hieher gehörige einfache Aufgabe enthält nämlich drei Glieder. Aus denselben soll das vierte Glied oder das Resultat hergeleitet werden. Die Aufgabe: „2 Pfd. kosten 10 fl., was kosten 12 Pfd.“ ist eine Regeldetri-Aufgabe. Die 3 Glieder in derselben sind: a) 2 Pfd., b) 10 fl., c) 12 Pfd.

Beim Kopfrechnen gelangt man schon so lange, als dasselbe in den Schulen geistig betrieben wurde, durch ganz natürliche Schlüsse zum Resultate; z. B. in dem erst angegebenen Beispiele sagt man: Wenn 2 Pfd. 10 fl. kosten, so kostet 1 Pfd. 5 fl.; 12 Pfd. kosten dann $12 \times 5 = 60$ fl. Oder: Wenn 2 Pfd. 10 fl. kosten, so kosten 12 Pfd. oder 6×2 Pfd. $6 \times 10 = 60$ fl.

Die schriftlichen Berechnungen der Regeldetriaufgaben wurden aber bisher auf sehr verschiedene Weise dargestellt. Wir wählen für die Volksschule hievon diejenigen Arten, die sich dem Kopfrechnen am meisten anschließen, bei welchen sich der Schüler gerade so wieder geistig bewegen und daher das Resultat der Aufgabe durch die nämlichen Vernunftschlüsse herleiten muß, als es beim Kopfrechnen geschah. Dies ist möglich 1) durch den Zweifel und 2) durch die Regeldetri in Bruchform. Da man nun bei beiden Rechnungsarten durch ganz natürliche Vernunftschlüsse das Resultat herleitet, so heißen beide Rechnungen mit Recht auch: die Schlußrechnungen.

Es wird aber nach Durchführung dieser beiden Rechnungsarten auch noch die Lehre von der Proportions- und von der Kettenrechnung nachfolgen, weil nach den Ansätzen dieser Rechnungsarten im Geschäftsleben viel berechnet wird, und weil man bei diesen Ansätzen öfters auch kürzer zum Ziele gelangt.

Bei allen diesen Rechnungsarten schließt man entweder

- 1) von einer Einheit auf eine Mehrheit, und in diesem Falle wendet man die Multiplication an, z. B. 1 Elle kostet 4 fl., was kosten 20 Ellen? — Berechnung. Wenn 1 Elle 4 fl. kostet, so kosten 20 Ellen 20×4 fl.; — oder
- 2) man schließt von einer Mehrheit auf eine Einheit, und in diesem Falle wendet man die Division an, z. B. 20 Ellen kosten 80 fl.; wie viel kostet 1 Elle? — Berechn. Wenn 20 Ellen 80 fl. kosten, so kostet 1 Elle den 20. Theil von 80 fl.; — oder
- 3) man schließt von einer gegebenen Mehrheit auf eine Einheit und von dieser auf eine andere Mehrheit, und in diesem Falle wendet man sowohl

Division, als auch Multiplication an; z. B. 4 Ellen kosten 16 fl.; was kosten 20 Ellen? — Berechn. Wenn 4 Ellen 16 fl. kosten, so kostet 1 Elle den 4. Theil von 16 fl.; 20 Ellen kosten aber 20mal so viel, als 1 Elle.

Ich will Euch nun eine derartige leichte Rechnungsaufgabe zur mündlichen Berechnung und zur Anknüpfung einiger Belehrungen vorlegen.

Wie viel kosten 12 H , wenn 2 H 4 fl. kosten? Wenn 2 H 4 fl. kosten, dann k. 1 H wie viel? (2 fl.) 12 H aber wie viel? (24 fl.)

Was wurde in dieser Aufgabe gefragt? (Wie viel kosten 12 Pfd. ?) Wie können wir diesen Theil der Aufgabe durch ein Hauptwort nennen, da durch denselben gefragt wird? (Die Frage.) Recht. Ihr sagtet: 12 Pfd. kosten 24 fl.; wäre dies auch der Fall, wenn 2 Pfd. nicht 4, sondern 6 fl. kosten würden? (Nein, da würden 12 Pfd. 36 fl. kosten.) Unter welcher Bedingung kosten demnach 12 Pfd. 24 fl.? (Wenn 2 Pfd. 4 fl. kosten.) Gut! Den Satz: 2 Pfd. kosten 4 fl., nennen wir daher den Bedingungssatz.

Wir haben demnach in dieser und in jeder Zweifels- oder Regeldetriaufgabe zwei Sätze zu unterscheiden, nämlich: 1) den Frage- und 2) den Bedingungssatz. (Wie heißt nun in unserer Aufgabe 1) der Frage- und 2) der Bedingungssatz?)

Von den 2 Sätzen, die in jeder solchen Aufgabe enthalten sind, kommt der Name Zweifelsrechnung; von den drei Gliedern, welche in jeder solchen Rechnung vorkommen; rührt der Name Regeldetri oder Dreisatz her.

Gebet mir an, welches in den folgenden Beispielen die Frage, und welches die Bedingung ist!

- 1) 3 Buch Papier kosten 21 Kr. ; wie viel kosten 7 Buch?
- 2) Wenn 2 Mezen Korn auf 3 fl. zu stehen kommen; wie hoch kommen 8 Mezen?
- 3) Für 3 fl. erhält man 2 H ; wie viel für 15 fl.?
- 4) Wie theuer kommen 7 Pfd. Zucker, wenn 2 Pfd. 48 Kr. kosten?
- 5) Wie viel kosten 7 Rieß Papier, wenn 2 Rieß 10 fl. kosten?
- 6) Wie hoch kommen 3 Ellen Tuch zu stehen, wenn 20 Ellen mit 80 fl. bezahlt werden?
- 7) 4 Pfd. Zucker kommen auf 1 fl. 20 Kr. zu stehen; wie viel kosten 27 Pfd. ?

Aus den vorhergehenden Aufgaben ersehet ihr, daß jede Aufgabe entweder mit dem Bedingungs- oder mit dem Frage- und in welchem mit dem Bedingungssatz begonnen wurde!

Was den Ansatz und die schriftliche Darstellung der Berechnung einer solchen Aufgabe nach dem Zweifels- und nach der Regeldetri in Bruchform betrifft, so scheinen beide Arten beim ersten Anblicke ganz verschieden von einander zu sein; sie weichen aber dessenungeachtet nur wenig von einander ab. Ich will, um dieses zu beweisen, hier den Ansatz und die schriftliche Berechnung eines Exempels nach beiden Arten folgen lassen.

Beispiel: 4 Ellen kosten 16 fl.; was kosten 20 Ellen?

a) Nach dem Zweisatz:

Ansatz: 4 Ellen 16 fl. Wir sehen im Ansätze den Bedingungs-
 20 „ ? fl. satz: 4 Ell. kosten 16 fl., oben, den Frage-
 satz: 20 Ellen, wie viel fl. kosten sie? unten.

Berechn.: 4 Ellen 16 fl. Die Berechnung sagt: Wenn
 1 „ 4 : 16 = 4 fl. 4 Ellen 16 fl. kosten, so kostet
 20 „ 20 $\times$ 4 = 80 fl. 1 Elle den 4. Theil von 16 =
 4 fl.; 20 Ellen kosten daher
 20 $\times$ 4 = 80 fl.

Nach dieser Art wird also zuerst berechnet, was eine Elle, ein Pfund &c. kostet, und darnach, was die 20 Ellen &c. kosten.

b) Nach der Regeldetri oder dem Dreisatz in Bruchform:

Ansatz: 16 $\times$ 20 Die Frage? Wie viel fl.? kommt vorn un-
 fl? 4 ter den Strich zu stehen. Die Zahl der gleich-
 namigen Sorte (hier der fl.), welche im Bedin-
 gungssatz vorkommt, stellt man darüber. Der ganze Ansatz soll in der Form
 von Brüchen dargestellt werden. Man sagt nun: Wenn 4 Ellen 16 fl. kosten,
 so kostet 1 Elle den 4. Theil von 16 fl. oder $\frac{16}{4}$ fl.; daher erscheint 4 als
 Nenner unter dem Strich; 20 Ellen kosten aber 20mal so viel, als 1
 Elle; daher erscheint 20 als Zähler.

Berechnung:

$$\frac{4}{16 \times 20} = 80 \text{ fl.}$$

fl. ? 4

Oder:

$$\frac{5}{16 \times 20} = 80 \text{ fl.}$$

fl. ? 4

Ist die Rechnung angesetzt, so hebt man
 Nenner und Zähler gegenseitig. Dies kann
 hier, wie wir sehen, auf zweierlei Art wie-
 der geschehen; entweder man sagt: 4 in 16
 geht 4mal; 4 $\times$ 20 = 80, oder man sagt:
 4 in 20 geht 5mal; 5 $\times$ 16 = 80.

Bei dieser Rechnungsweise sagen wir
 demnach nur, daß 1 Elle den 4. Theil von
 16 fl. kostet, wenn 4 Ellen auf 16 fl. kom-
 men; wir berechnen aber noch nicht,
 wie viel der 4. Theil von 16 fl. ist, sondern vollenden den Ansatz dadurch
 erst, daß wir beisetzen: 20 Ellen kosten 20mal so viel, als 1 Elle. Nach be-
 endigtem Ansätze betrachten wir die Ziffern über dem Striche als Zähler,
 die unter dem Striche als Nenner und suchen die Zahlen so viel als mög-
 lich zu kürzen: wir verfahren überhaupt ganz so, wie beim Kürzen der Brüche.

Ihr habet viele Regeldetriaufgaben schon früher berechnet und zwar sowohl
 durch Multiplication, als auch durch Division. Es sollen hier nun einige
 solche Aufgaben sowohl mündlich, als auch schriftlich zur Wiederholung gelöst
 werden.

I. Einige Multiplications - Aufgaben.

Schluß von einer Einheit auf eine Mehrheit.

K o p f r e c h n e n.

18 Beispiel: 1 Pfd. kostet 15 Kr.; wie hoch kommen 56 Pfd.

Berechnung: Wenn 1 H 15 Kr. kostet, so kosten 56 H $56 \times 15 \text{ Kr.}$; $56 \times 10 = 560$, $56 \times 5 = 280$. $560 + 280 = 840 \text{ Kr.} = 14 \text{ fl.}$

Auf andere Weise: 15 $\text{Kr.} = \frac{1}{4} \text{ fl.}$. Wenn 1 H $\frac{1}{4} \text{ fl.}$ kostet, so kosten 56 H $56 \times \frac{1}{4} = 14 \text{ fl.}$

28 Beispiel: 1 H zu 1 fl. 15 Kr. ; was kosten 12 H ?

Berechnung: Wenn 1 Pfd. 1 fl. kostet, so kommen 12 Pfd. auf 12 fl. ; und wenn 1 Pfd. 15 Kr. oder $\frac{1}{4} \text{ fl.}$ kostet, so kommen 12 Pfd. auf $12 \times \frac{1}{4} = 3 \text{ fl.}$ 12 und 3 = 15 fl.

38 Beispiel: Wie hoch kommen 2 Ctr. 8 H zu stehen, wenn 1 H 1 fl. 15 Kr. kostet?

Berechnung: 1 fl. 15 $\text{Kr.} = 1\frac{1}{4} \text{ fl.}$; 2 Ctr. 8 $\text{Pfund} = 208 \text{ Pfund}$. Wenn 1 Pfd. $1\frac{1}{4} \text{ fl.}$ kostet, so kosten 208 Pfd. 208 fl. und $208 \times \frac{1}{4} = 52 \text{ fl.}$ 208 und 52 = 260 fl. 2 Ctr. 8 H kosten daher 260 fl.

48 Beispiel: 1 Elle kommt auf 1 fl. 52 $\frac{1}{2}$ Kr. zu stehen, wie viel kosten 3 $\frac{1}{3}$ Ellen?

Berechnung: 1 fl. 52 $\frac{1}{2}$ $\text{Kr.} = 1\frac{7}{8} \text{ fl.}$. Wenn 1 Elle $1\frac{7}{8} \text{ fl.}$ kostet, so kommen 3 Ellen auf $3 \times 1 = 3 \text{ fl.}$ und $3 \times \frac{7}{8} = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8} \text{ fl.}$ 3 und $2\frac{5}{8} = 5\frac{5}{8} \text{ fl.}$. Wenn eine ganze Elle $1\frac{5}{8} \text{ fl.}$ kostet, so kostet $\frac{1}{3}$ Elle den 3ten Theil von $1\frac{5}{8} = \frac{5}{8} \text{ fl.}$ $5\frac{5}{8} + \frac{5}{8} = 6\frac{1}{4} \text{ fl.}$ 3 $\frac{1}{3}$ Ellen kosten daher 6 fl. 15 Kr.

Uebungsaufgaben sind hier überflüssig, da solche schon auf S. 81 bis 92 und auf S. 160 — 168 des ersten Theiles, so wie auf Seite 55 bis 67 des zweiten Theiles sich vorfinden.

Zifferrechnen.

1s Beispiel: Wenn man für 5 Ellen 1 fl. zu zahlen hat, wie viel Ellen bekommt man für 23 fl. ?

Berechnung a) nach dem Zweissatze:

1 fl. 5 Ellen

23 fl. ? „

1 fl. 5 Ellen

23 fl. $23 \times 5 = 115 \text{ Ellen.}$

Ansatz: Für 1 fl. bekommt man

5 Ellen, wie viel Ellen für 23 fl. ?

Berechnung: Wenn man für 1 fl.

5 Ellen bekommt, so bekommt man

für 23 fl. $23 \times 5 = 115 \text{ Ellen.}$

b) Nach der Regeldetri in Bruchform:

$\frac{5 \times 23}{1} = 115 \text{ Ellen.}$
Ellen? 1

Die Frage heisst: Wie viel Ellen?

Die Zahl der Ellen, welche im Bedingungs-
satze vorkommen, wird nun über
die Frage gestellt; die im Bedingungs-

satze dieser Aufgabe angegebene Zahl der Ellen ist 5. Wenn man für 1 fl. 5 Ellen erhält, so erhält man für 23 fl. $23 \times 5 \text{ Ellen.}$ 23 gehört daher, wie 5, über den Strich.

2s Beispiel: Was kosten 4 Schfl. 3 Mtzn. Korn, wenn 1 Mtzn. auf 2 fl. 14 Kr. zu stehen kommt?

Vor Allem sind die verschiedenen Sorten auf die kleinsten zurückzuführen.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ Schfl. } 3 \text{ Mtz. } 2 \text{ fl. } 14 \text{ Kr.} \\ 6 \\ \hline 27 \text{ Metzen.} \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ \hline 134 \text{ Kr.} \end{array}$$

Berechnung a) nach dem Zweissatze:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ Mtzn. } 134 \text{ Kr.} \\ 27 \text{ „ } ? \text{ „} \\ \hline 1 \text{ „ } 134 \text{ „} \\ 27 \text{ „ } 27 \times 134 \\ \hline 27 \\ 938 \\ 268 \end{array}$$

Wenn 1 Mtzn. 134 Kr. kostet, so kosten 27 Mtz. 27×134 Kr. Die Kreuzersumme ist zu fl. zu machen.

$$60 : 3618 \text{ Kr.} = 60 \text{ fl. } 18 \text{ Kr.}$$

b) Nach der Regeldetri in Bruchform:

$$\frac{134 \times 27}{20} = \frac{60 \cdot 3}{10} = 60 \frac{3}{10} \text{ fl.}$$

? fl. zu 60 Kr.

Frage: Wie viel fl. zu 60 Kr.? Da im Bedingungssatze keine fl., sondern statt derselben 134 Kr. vorkommen, so kann eigentlich auch nur nach Kreuzern gefragt werden; will man jedoch nach fl. fragen, so

muss der Frage auch beigesetzt werden, wie viel der fl. Kr. hat, damit die Division mit 60 nicht unterbleibt. Wenn 1 Mtzn. 134 Kr. kostet, so kosten 27 Metzen 27×134 Kr., daher kommt auch 27 über den Strich. 60 und 27 lassen sich durch 3 kürzen, 20 und 134 durch 2 etc.

3s Beispiel: Für 1 fl. erhält man $\frac{7}{8}$ Pfd. Waare, wie viel für 37 fl.?

Berechnung a) nach dem Zweissatze:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ fl. } \frac{7}{8} \text{ Pfd.} \\ 37 \text{ fl. } ? \text{ „} \\ \hline 1 \text{ „ } \frac{7}{8} \text{ „} \\ 37 \text{ „ } 37 \times \frac{7}{8} \text{ Pfd.} \end{array} = 2 \frac{5}{8} = 32 \frac{3}{8} \text{ Pfund.}$$

Wenn man für 1 fl. $\frac{7}{8}$ Pfd. bekommt, so erhält man für 37 fl. $37 \times \frac{7}{8}$ Pfd. etc.

Berechnung b) nach der Regeldetri in Bruchform.

$$\frac{7 \times 37}{8} = \frac{259}{8} = 32\frac{3}{8} \text{ fl.}$$

Die Frage ist: Wie viel Pfd.?
Die Zahl der Pfd., die im Bedingungssatze vorkommt, stellt man gewöhnlich über die Frage; $\frac{7}{8}$ sollte daher eigentlich über

den Strich kommen. Wenn man jedoch für 1 fl. $\frac{7}{8}$ Pfd. erhält, so erhält man für 37 fl. $37 \times \frac{7}{8}$ Pfd.; $37 \times \frac{7}{8}$ oder $\frac{7}{8} \times 37$ ist aber nur der 8. Theil von 7×37 ; eben desswegen muss 8 unter und 7 über den Strich gesetzt werden.

Man ziehe sich aus diesem Ansätze folgendes: Jeden Zähler eines Bruches kann man als ein Ganzes, durch den Nenner dividirt, auffassen, z. B. $\frac{3}{4}$ Pfd. = 3 Pfd. dividirt durch 4, $\frac{8}{3}$ fl. sind 8 fl., dividirt durch 3. Eben daher beobachte man die Regel: Wenn ein Bruch über den Strich zu stehen kommt, so schreibe man den Zähler als ein Ganzes über den Strich an; der Nenner gehört aber als Divisor unter den Strich.

4s Beispiel: Wie viel fl. kosten $21\frac{1}{2}$ Ellen, wenn 1 Elle auf $1\frac{3}{5}$ fl. zu stehen kommt?

$$\frac{21\frac{1}{2} \text{ Ellen}}{4\frac{3}{2} \text{ Ellen.}} \quad \frac{1\frac{3}{5} \text{ fl.}}{\frac{8}{5} \text{ fl.}}$$

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

$$\frac{1 \text{ Elle } \frac{8}{5} \text{ fl.}}{4\frac{3}{2} \text{ Ell. } ? \text{ „}}$$

$$1 \text{ „ } \frac{8}{5} \text{ „}$$

$$\frac{1}{2} \text{ „ } 2 : \frac{8}{5} = \frac{4}{5}$$

$$4\frac{3}{2} \text{ „ } 43 \times \frac{4}{5} = 17\frac{2}{5} = 34\frac{2}{5} \text{ fl.}$$

1 Elle kostet $\frac{8}{5}$ fl. $4\frac{3}{2}$ Ellen kosten wie viel fl.? Wenn 1 Elle $\frac{8}{5}$ fl. kostet, so kostet $\frac{1}{2}$ Elle die Hälfte von $\frac{8}{5} = \frac{4}{5}$ fl.; $4\frac{3}{2}$ Ellen kosten daher $43 \times \frac{4}{5} = 34\frac{2}{5}$ fl.

b) Nach der Regeldetri in Bruchform:

$$\frac{4}{8} \times \frac{43}{5 \times 2} = 17\frac{2}{5} = 34\frac{2}{5} \text{ fl.}$$

Frage: Wie viel fl.? Wenn 1 Elle $\frac{8}{5}$ fl. kostet, so kosten $4\frac{3}{2}$ Ellen $4\frac{3}{2} \times \frac{8}{5}$ fl. Beide Brüche gehören über den

Strich. $\frac{8}{5}$ ist der 5te Theil von 8, der Nenner 5 wird daher unter den Strich gesetzt und der Zähler 8 als ein Ganzes betrachtet. $4\frac{3}{2}$ ist gerade so viel als die Hälfte, oder der 2te Theil von 43. Daher wird der Nenner 2 als Divisor unter den Strich gestellt und der Zähler 43 als ein Ganzes betrachtet. 2 geht in 8 viermal etc.

- 8) Wenn man täglich 35 Kr. ausgiebt, wie viel giebt man in einem ganzen Jahre aus?
- 9) Wie viel Waare bekommt man für 21 fl., wenn man für 1 fl. 18 Loth Waare bekommt?
- 10) Für 1 fl. erhält man 3 Pfd.; wie viel für 36 fl.?
- 11) Wenn 1 Eimer Most 9 fl. kostet, was kosten 13 Eimer?

- 12) 1 Mann erhält täglich 1 Pfd. 24 Lth. Brod; wie viel macht dies in 3 Jahren 5 Monaten 18 Tagen?
- 13) Für 1 fl. erhält man 13 Loth 2 Quint Waare; wie viel für 17 fl.?
- 14) Jemand braucht täglich 45 Kr.; wie viel braucht er in 8 Wochen 5 Tagen?
- 15) Wenn 1 Pfd. $24\frac{3}{5}$ fl. kostet, wie viel kosten 12 Ctr.?
- 16) 1 Elle kostet 48 Kr.; wie hoch kommen 125 Ellen?
- 17) Was kostet 1 Eimer, wenn $5\frac{5}{8}$ Eimer 150 fl. kosten?
- 18) 1 Loth zu $\frac{4}{5}$ fl., was kosten $\frac{3}{4}$ Loth?
- 19) Wie viele fl. kosten 9 Pfd. 24 Loth Waare, wenn 1 Loth $\frac{2}{3}$ fl. kostet?
- 20) 1 Ctr. kostet $72\frac{3}{4}$ fl.; was kosten $\frac{3}{5}$ Ctr.?
- 21) 1 Elle zu $1\frac{3}{5}$ fl.; was kosten $21\frac{1}{2}$ Ellen?
- 22) Konrad braucht wöchentlich $1\frac{4}{5}$ fl.; wie viel also in 1 Jahr?
- 23) 1 Ctr. einer Waare kostet 65 fl. 18 Kr.; was kosten 12 Ctr.?
- 24) Wie hoch kommen 48 Pfd., wenn 1 Pfd. $52\frac{1}{2}$ Kr. kostet?

Bemerkung. Viele solche Beispiele finden sich in den Multiplikationsaufgaben des ersten und zweiten Theiles des Rechenbuches.

II. Einige Divisions-Aufgaben.

Schluß von einer Mehrheit auf eine Einheit.

K o p f r e c h n e n.

1s Beispiel: Wie hoch kommt 1 Pfd., wenn $\frac{7}{8}$ Pfd. $1\frac{3}{4}$ fl. kosten?

Berechnung: $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$ fl. Wenn $\frac{7}{8}$ Pfd. $\frac{7}{4}$ fl. kosten, so kostet $\frac{1}{8}$ Pfd. $\frac{1}{4}$ fl. und $\frac{8}{8}$ oder 1 ganzes Pfund $\frac{8}{4} = 2$ fl.

2s Beispiel: Wenn man für $\frac{2}{3}$ fl. 4 Ellen erhält, wie viel bekommt man für 1 fl.?

Berechnung: Damit man mit $\frac{2}{3}$ in 4 dividiren kann, müssen die 4 Ellen ebenfalls zu Drittel gemacht werden. $4 = \frac{12}{3}$ Ellen. $\frac{2}{3}$ sind in $\frac{12}{3}$ gerade so oft enthalten, als 2 in 12, nämlich 6 mal. Man erhält daher für 1 fl. 6 Ellen.

3s Beispiel: 4 Pfd. zu $\frac{2}{5}$ fl., wie hoch kommt 1 Pfd.?

Berechnung; 1 Pfd. kostet den 4. Theil von $\frac{2}{5}$ fl., also $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ fl.

4s Beispiel: 6 Stück zahlt man für $24\frac{1}{2}$ fl.; wie viel kostet 1 Stück?

Berechnung: 1 Stück kostet den 6. Theil von $24 = 4$ fl., der 6. Theil von $\frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ fl. 1 Stück kostet daher $4\frac{1}{12}$ fl. = 4 fl. 5 Kr.

5s Beispiel: $6\frac{1}{8}$ ℔ zu 7 fl., wie hoch kommt 1 ℔?

Berechnung: $6\frac{1}{8} = \frac{49}{8}$ ℔. 7 fl. = $\frac{56}{8}$. $\frac{49}{8}$ sind in $\frac{56}{8}$ so oft enthalten, als 49 in 56, also $1\frac{7}{49} = 1\frac{1}{7}$ mal. 1 Pfund kommt also auf $1\frac{1}{7}$ fl.

6s Beispiel: Wie hoch kommt 1 Elle, wenn $7\frac{1}{2}$ Ellen $10\frac{2}{3}$ fl. kosten?

Berechnung: $7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ Ellen, $10\frac{2}{3} = \frac{32}{3}$ fl. Beide Brüche müssen gleichnamig, also zu Sechsteln gemacht werden. $\frac{15}{2} = \frac{45}{6}$; $\frac{32}{3} = \frac{64}{6}$. $\frac{45}{6}$ in $\frac{64}{6}$ geht gerade so oft, als 45 in 64, also $1\frac{19}{45}$ mal. 1 Elle kostet daher $1\frac{19}{45}$ fl. = 1 fl. 25 $\frac{1}{3}$ Kr.

Bemerkung. Übungsbeispiele finden sich in ziemlich großer Anzahl in den Divisionsaufgaben des ersten und zweiten Theiles des Rechenbuches.

Z i f f e r r e c h n e n.

1s Beispiel: Was kostet 1 Elle Tuch, wenn 126 Ellen auf 630 fl. kommen?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

126 Ellen 630 fl.

1 „ ? „

126 „ 630 „

1 „ $126 : 630 = 5$ fl.
630

Der Ansatz wird gelesen: Wenn 126 Ellen 630 fl. kosten, so kostet 1 Elle den 126. Theil von 630. Berechnung: Der 126. Theil von 630 fl. = 5 fl.

b) Nach der Regeldetri in Bruchform:

5
70
630
—
fl. ? 126
14

= 5 fl.

Frage: Wie viel fl.? Wenn man um 630 fl. 126 Ellen bekommt, dann kostet 1 Elle den 126. Theil von 630 fl. 126 und 630 lassen sich mit 9 und dann mit 14 heben.

2s Beispiel: Wenn 13 Pfd. 10 Loth 14 fl. 12 Kr. kosten, wie hoch kommt 1 Loth?

Vorbereitende Rechnungen: 13 ℔ 10 Lth. 14 fl. 12 Kr.

32

60

36

852 Kr.

39

426 Loth.

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

426 Loth 852 Kr.

1 „ ? „

426 „ 852 „

1 „ $426 : 852 = 2 \text{ Kr.}$

852

—

Wenn 426 Loth 852 Kr. kosten,
so kostet 1 Loth den 426. Theil von
852 Kr. etc.

b) Nach der Regeldetri in Bruchform:

2
852
Kr. ? $\frac{852}{426} = 2 \text{ Kr.}$

Frage: Wie viel Kr. kostet 1 Loth? Da
man um 852 Kr. 426 Loth erhält, so kostet
1 Lth. den 426. Theil von 852 Kr. oder $\frac{852}{426}$ Kr.

3s Beispiel: $\frac{3}{4}$ Ctr. Leder werden mit 25 fl. gezahlt;
wie hoch kommt der ganze Ctr.?

1 = $\frac{\frac{3}{4} \text{ Ctr. } 25 \text{ fl.}}{\frac{4}{4} \text{ „ } ? \text{ „}}$

$\frac{3}{4}$ „ 25 „

$\frac{1}{4}$ „ $3 : 25 = \frac{25}{3}$

$\frac{4}{4}$ „ $4 \times \frac{25}{3} = 1\frac{0}{3} = 33\frac{1}{3} \text{ fl.}$

Wenn $\frac{3}{4}$ Ctr. 25 fl. kos-
ten, so kostet $\frac{1}{4}$ Ctr. den
3. Theil von 25 fl. $= \frac{25}{3} \text{ fl.}$,
 $\frac{4}{4}$ oder 1 Ctr. kosten aber
4 mal $\frac{25}{3} = 1\frac{0}{3} = 33\frac{1}{3} \text{ fl.}$

b) Nach der Regeldetri in Bruchform:

$\frac{25 \times 4}{\text{fl. ? } 3} = 1\frac{0}{3} = 33\frac{1}{3} \text{ fl.}$

Frage: Wie viel fl.? Wenn man
um 25 fl. $\frac{3}{4}$ Ctr. bekommt, so kostet
1 ganzer Ctr. den $\frac{4}{3}$ Theil von 25 fl.,

oder wenn man, wie beim Dividiren der Brüche den Nenner stürzt,
 $\frac{4}{3} \times 25 \text{ fl.}$ Aus diesem Verfahren geht hervor, dass in Aufgaben,
in welchen unter dem Striche Brüche erscheinen, die-
selben gestürzt werden, so dass der Zähler unter der
Linie verbleibt, der Nenner aber über dem Striche an-
geschrieben wird.

Noch fasslicher möchte folgende Auseinanderlegung sein: Würde
 $\frac{1}{4}$ Ctr. Leder 25 fl. kosten, so kostete 1 Ctr. oder vier Viertelscent-
ner $4 \times 25 \text{ fl.}$, (aus diesem Grunde kommt der Nenner 4 über die
Linie zu stehen,) da aber drei Viertelcentner 25 fl. kosten, so kommt
der ganze Ctr. nur auf den dritten Theil von 4×25 ; (eben daher
kommt der Zähler 3 unter den Strich.)

4s Beispiel: $4\frac{3}{4}$ Pfd. Waare kosten $6\frac{1}{3} \text{ fl.}$; wie viel
kostet 1 Pfd.?

$\frac{4\frac{3}{4} \text{ Pfd. } 6\frac{1}{3} \text{ fl.}}{1\frac{9}{4} \text{ Pfd. } 1\frac{9}{3} \text{ fl.}}$

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

$$\begin{array}{r} \frac{19}{4} \text{ Pfd. } \frac{19}{3} \text{ fl.} \\ 1 \text{ Pfd. } ? \text{ „} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{19}{4} \text{ „ } \frac{19}{3} \text{ „} \\ \frac{1}{4} \text{ „ } 19 : \frac{19}{3} = \frac{1}{3} \\ 1 = \frac{4}{4} \text{ „ } 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \text{ fl.} \end{array}$$

Wenn $\frac{19}{4}$ Pfd. $\frac{19}{3}$ fl. kosten, so kostet $\frac{1}{4}$ Pfd. den 19. Theil von $\frac{19}{3} = \frac{1}{3}$ fl., 1 Pfd. oder $\frac{4}{4}$ kosten aber $4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ fl.

b) Nach der Regeldetri in Bruchform:

$$\begin{array}{r} 19 \times 4 \\ \text{fl. ? } 3 \times 19 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \text{ fl.} \end{array}$$

Frage: Wie viel fl.? Um $\frac{19}{3}$ fl. bekommt man $\frac{19}{4}$ Pfd., 1 Pfd. kostet daher den $\frac{1}{4}$ Theil von $\frac{19}{3}$ fl. Dass

der Nenner von dem über der Linie stehenden Bruch unter die Linie und der Nenner des unter dem Striche stehenden Bruches über denselben gestellt wird, und warum dieses geschieht, wurde in den vorhergehenden Beispielen schon erklärt.

- 25) Wenn 8 Ctr. 92 fl. kosten, wie hoch kommt 1 Ctr.?
- 26) Was kostet 1 Schfl. Gerste, wenn 12 Schfl. mit 104 fl. gezahlt werden?
- 27) Wie hoch kommt 1 Riess Schreibpapier zu stehen, wenn 9 Riess 24 fl. kosten?
- 28) 8 Klafter hartes Holz zu 116 fl., wie theuer kommt 1 Klfr.?
- 29) Wie theuer kommt 1 Elle feine Leinwand zu stehen, wenn 8 Ellen 5 fl. 24 Kr. kosten?
- 30) 10 Pfd. Waare zu 4 fl., was kostet 1 Pfd.?
- 31) Wie theuer kommt das Loth Indigo, wenn 4 Pfd. 3 Lth. 16 fl. 22 $\frac{1}{2}$ Kr. kosten?
- 32) Für 8 Ctr. 24 Pfd. Waare bezahlte Jemand 144 fl. 12 Kr., wie viel für 1 Pfd.?
- 33) Wie hoch kommt ein Buch Briefpapier zu stehen, wenn man für 2 Ballen 106 $\frac{2}{3}$ fl. bezahlt?
- 34) Um 12 fl. kauft man $\frac{3}{5}$ Ctr. Waare; wie viel bekommt man für 1 fl.?
- 35) Mit 125 fl. gewinnt Jemand 16 fl. 40 Kr.; wie viel beträgt der Gewinn an 1 fl.?
- 36) Was kostet 1 Eimer, wenn 5 $\frac{5}{8}$ Eimer 150 fl. kosten?
- 37) Ein Arbeiter nimmt für eine 24 $\frac{3}{4}$ tägige Arbeit 14 fl. 51 Kr. ein; wie viel war für den Tag berechnet?
- 38) Ein Wirth bezahlte einem Metzger für 17 $\frac{1}{2}$ Pfd. Kalbfleisch 1 fl. 53 $\frac{3}{4}$ Kr.; was kostete das Pfd.?
- 39) An 24 $\frac{1}{2}$ Ellen gewinnt Jemand $\frac{49}{60}$ fl.; wie viel gewinnt er an 1 Elle?
- 40) Wie hoch kommt 1 Elle zu stehen, wenn 21 $\frac{1}{2}$ Ellen 34 $\frac{2}{5}$ fl. kosten?

Bem. Viele Uebungsbeispiele finden sich in den Divisionsaufgaben des I. und II. Theiles.

III. Divisions- und Multiplications - Aufgaben zugleich.

Schluß von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit.

Ich will euch, ehe wir zum Rechnen solcher Aufgaben selbst gehen, vorher noch auf Einiges aufmerksam machen. Nehmen wir die Aufgabe: 4 Pfund Zucker kosten 1 fl. 20 Kr., wie viel kosten 27 Pfd.? Wie heißt in dieser Aufgabe der Fragesatz? (Wie viel kosten 27 Pfd. Zucker?) Was heißt das: wie viel? (Wie viel Geld.) Wir fragen also kurz gesagt nach dem Werth; merkt euch dies! Wovon möchten wir denn aber in unserem Beispiele wissen, wie viel es kostet? (Von 27 Pfd. Zucker.) 27 Pfd. Zucker sind eine Waare. Es ist nun in dieser Aufgabe zweierlei auf einander bezogen, nämlich was? (Werth und Waare.) Die Waare besteht nicht immer aus Pfd., sondern oft aus Schffln., Metzen, Eimern, Mß., Etr., Loth, Quint, Duzend, Schock, Mandl., Ballen, Rieß, Buch, Bogen &c.

Es werden noch andere Dinge auf einander bezogen:

- a) Zeit und Unterhaltungskosten,
z. B. Wenn Jemand in 3 Tagen 2 fl. zu seiner Unterhaltung braucht; wie viel braucht er in 24 Tagen?
- b) Verzehrende Kräfte und Vorrath,
z. B. Wenn für 12 Mann 3 Schffl. Korn nöthig sind, wie viel Vorrath an Korn ist für 30 Mann nöthig?
- c) Maß und Gewicht,
z. B. Wenn 2 Metzen Korn 96 Pfd. wiegen, was wiegen 10 Metzen?
- d) Zeuge und Anzahl der daraus gefertigten Stücke,
z. B. Wie viel Röcke können aus 45 Ellen Tuch gemacht werden, wenn zu 3 Röcken $7\frac{1}{2}$ Ellen Tuch nöthig sind?
- e) Fracht und Frachtlohn,
z. B. Wie viel Frachtlohn muß man für 36 Centner zahlen, wenn man für 6 Etr. 2 fl. zahlt?
- f) Kraft und Zeit bei einem gewissen Werke,
z. B. 8 Arbeiter können ein Werk in 5 Tagen beenden; wie lange brauchen zu demselben 12 Arbeiter?

2c. 2c. 2c.

Ihr seht nun, daß in der Regeldetri verschiedene Dinge aufeinander bezogen werden. Was wird in folgender Aufgabe auf einander bezogen? 4 Pfd. kosten 3 fl.; wie viel kosten 15 Pfd.? (Waare und Geld.) Was heißt: wie viel? (Wie viel Geld.) Wonach wird hier also speziell gefragt? (Nach Geld.) Wofür (für 15 Pfd.) Also für eine gewisse Waare. Wie viel Pfd. kosten 3 fl.? (4 Pfd.) Wie viel sollen aber nach der Aufgabe bezahlt werden? (15 Pfd.) Werden diese mehr oder weniger als 4 Pfund kosten? (Mehr.) Also: mehr Pfund kosten auch mehr Geld.

Wenn aber statt der 15 Pfd. in unserer Aufgabe nur 2 Pfd. gekauft werden sollten, würden diese mehr oder weniger als 4 Pfd. kosten? (Weniger.) Also: weniger Pfd. kosten auch weniger Geld.

Nun ein anderes Beispiel! Für 6 fl. bekommt man 4 Pfd.; wie viel für 42 fl.? Was heißt hier: wie viel? (Wie viel Pfd.?) Es ist also nach der

Waare gefragt. Muß man für 42 fl. mehr oder weniger Waare erhalten, als um 6 fl.? (Mehr.) Also: für mehr Geld, erhält man mehr Waare. Würde man aber für 21 fl. eben so viel Waare erhalten, als für 42 fl.? (Nein, weniger.) Also: für weniger Geld erhält man auch weniger Waare.

Wir schließen, wie wir nun aus dem Bisherigen erkannt haben: Je mehr Waare, desto mehr Geld. Je mehr Geld, desto mehr Waare. Je weniger Waare, desto weniger Geld. Je weniger Geld, desto weniger Waare. Kurz: Je mehr, desto mehr; je weniger, desto weniger.

Vorhin führten wir die Aufgabe an: Wie lange brauchen 12 Arbeiter zu einem Werke, wozu 8 Arbeiter 5 Tage brauchen? Hier ist Kraft und Zeit auf einander bezogen. Was heißt: wie lange? (Wie viel Zeit, Tage?) In wie viel Tagen können 8 Arbeiter damit fertig werden? (In 5 Tagen.) Dies ist die Bedingung. Arbeiten diese die 5 Tage hindurch nacheinander oder gemeinschaftlich? (Sie arbeiten die 5 Tage hindurch gemeinschaftlich.) Wenn aber täglich nicht bloß 8 Arbeiter an diesem Werke arbeiten; sondern 12, werden sie dann längere oder kürzere Zeit zur Vollendung des Werkes brauchen? (Kürzere Zeit.) Also: Je mehr Arbeiter, desto weniger Zeit, und so umgekehrt: Je weniger Arbeiter, desto mehr Zeit.

Andere Beispiele!

Ein Reisender, der täglich 8 Stunden weit geht, braucht zur Zurücklegung eines Weges 9 Tage; wie lange braucht ein anderer dazu, der täglich 10 Stunden zurücklegt?

(Hier ist Geschwindigkeit und Zeit auf einander bezogen. Regel: Je mehr Geschwindigkeit, desto weniger Zeit, und so auch umgekehrt. Dies ist, wie oben näher zu entwickeln.)

50 Mann reichen mit einem gewissen Fleischvorrath 4 Monate; wie lange 75 Mann?

(Hier sind die verzehrenden Kräfte und die Zeitdauer des Vorraths auf einander bezogen. Regel: Je mehr verzehrende Kräfte, desto kürzere Zeit dauert der Vorrath.)

Wenn demnach von Kraft auf Zeit, oder von Geschwindigkeit auf Zeit, oder von verzehrenden Kräften auf Zeitdauer geschlossen wird, so schließen wir:

Je mehr, desto weniger; je weniger, desto mehr;

Wie wir aus dem Bisherigen ersehen haben, schließen wir in den Regelbetri-Aufgaben:

Entweder: Je mehr, desto mehr; je weniger, desto weniger;
oder: Je mehr, desto weniger; je weniger, desto mehr.

Nach diesen Schlüssen theilen wir die Regelbetri oder den Zweifel ein

- 1) in die Regelbetri mit geraden Verhältnissen, bei welcher wir schließen: Je mehr, desto mehr; je weniger, desto weniger, und
- 2) mit umgekehrten Verhältnissen, bei welcher wir schließen: Je mehr, desto weniger; je weniger, desto mehr.

Bemerk. Obwohl es nicht gerade nothwendig ist, daß bei der Berechnung nach Schlüssen oder nach dem Zweifelsatz ein besonderer Unterschied zwischen gerader und umgekehrter Regelbetri gemacht und bei der umgekehrten Regelbetri alle umgekehrten Verhältnisse namhaft gemacht werden, weil schon ein richtiger Verstandeschluß sie gleich als solche erkennt: so möchte doch ein

Aufmerksam machen darauf von großem Nutzen sein, und ich habe daher hier einen Unterschied zwischen der Regeldetri in geraden und der in umgekehrten Verhältnissen gemacht und auch an nöthigen Orte die meisten umgekehrten Verhältnisse kurz aufgeführt. Wer dies beim Unterrichte für überflüssig erachtet, kann es ja überschlagen.

A. Aufgaben mit geraden Verhältnissen.

K o p f r e c h n e n.

1) In ganzen Zahlen.

Die Berechnung kann durch Division und Multiplication geschehen, öfters auch durch bloße Multiplication; öfters auch noch auf andere Weise.

a) Durch Division und Multiplication.

Beispiel: Wenn 5 Megen 9 fl. kosten; wie hoch kommen 6 Megen:

Berechnung: Kosten 5 Megn. 9 fl., so kostet jeder den 5. Theil von 9 fl. $= \frac{9}{5}$ fl. $= 1\frac{4}{5}$ fl. 6 Megn. kosten daher 6 ganze und $6 \times \frac{4}{5} = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$ fl. 6 und $4\frac{4}{5}$ fl. $= 10\frac{4}{5}$ fl. $= 10$ fl. 48 Kr.

Auf andere Weise: Würde ein Megen 9 fl. kosten, so kämen 6 Megn. auf $9 \times 6 = 54$ fl. Da aber 5 Megn. 9 fl. kosten, so kosten die 6 Megn. nur den 5. Theil von 54 fl. $= 10\frac{4}{5}$ fl.

b) Durch bloße Multiplication.

1⁸ Beispiel: 7 Pfd. kosten 4 fl.; wie hoch kommen 56 Pfd.?

Berechnung: 56 Pfd. sind das 8fache von 7 Pfd. Da das 8fache der Waare auch das 8fache des Geldes kosten muß, so kosten die 56 Pfd. $8 \times 4 = 32$ fl.

2⁸ Beispiel: 8 Menschen brauchen auf eine gewisse Zeit 3 Schffl. Korn, wie viel Schffl. brauchen in der nämlichen Zeit 44 Menschen?

Berechnung: 44 Menschen sind $5\frac{1}{2}$ mal 8 Menschen. 44 Menschen brauchen daher $5\frac{1}{2} \times 3$ Schffl. $5 \times 3 = 15$ Schffl., $\frac{1}{2} \times 3 = 1\frac{1}{2}$ Schffl. 15 und $1\frac{1}{2}$ Schffl. $= 16\frac{1}{2}$ Schffl.

c) Auf noch andere Weise.

Beispiel: 3 Ellen kosten 5 fl., wie hoch kommen 28 Ellen?

Berechnung: 28 Ellen $= 27$ und 1 Elle. 27 Ellen sind das 9fache von 3 Ellen, sie kosten daher auch $9 \times 5 = 45$ fl. Die noch übrige 1 Elle kostet $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ fl. 45 und $1\frac{2}{3}$ fl. $= 46$ fl. 40 Kr.

Bemerkung. Der zum Denken gebrachte Schüler wird von selbst noch auf andere Berechnungsarten kommen, oder wenigstens durch Fingerzeige des

14 Zweifach u. Dreifach. Gerade Verhältnisse. — Kopfrechnen.

Lehrers darauf geführt werden; es kann dieß aber nur nach und nach geschehen. In den beiden ersten Arten der Berechnung müssen die Schüler besonders befestigt werden.

- 41) 3 Eimer kosten 48 fl.; wie hoch kommen 8 Eimer?
- 42) 4 Pfd. kosten 28 fl.; wie hoch kommen 9 Pfd.?
- 43) 4 Ellen Tuch kosten 17 fl.; wie viel kosten 25 Ellen?
- 44) Wie theuer sind 8 Rieß Papier, wenn 3 Rieß 17 fl. kosten?
- 45) Was kosten 25 Pfd., wenn man für 3 fl. 2 Pfd. erhält?
- 46) 5 Pfd. einer Waare kosten 3 fl.; wie hoch kommen a) 16 Pfd., b) 20 Pfd., c) 27 Pfd., d) 34 Pfd., e) 42 Pfd.?
- 47) 3 Schffl. Korn zu 25 fl.; wie hoch kommen 13 Schffl.?
- 48) Wenn Jemand in 6 Tagen 10 fl. sich durchschnittlich verdient, wie viel verdient er sich dann in 42 Tagen?
- 49) Wie viel erhält ein Fuhrmann für 29 Ctr. Fracht Fuhrlohn, wenn er für 5 Ctr. 6 fl. erhält?
- 50) 40 Gänse kosten 36 fl.; wie viel kosten 5 Gänse?
- 51) 6 Pfd. Tabak kosten 8 fl.; wie hoch kommen a) 21 Pfd., b) 27 Pfd., c) 50 Pfd., d) 39 Pfd.?
- 52) 4 Arbeiter erhalten täglich 2 fl., wie viel Lohn werden a) 13, b) 9, c) 17, d) 30 Arbeiter bekommen?
- 53) Jemand braucht zur Vollendung eines Werkes 6 Arbeiter, denen er täglich 4 fl. Arbeitslohn giebt; wie lange kann er diese Anzahl von Arbeitern von 57 fl. halten?
- 54) 7 Eier kosten 5 Kr., wie hoch kommen 49 Eier?
- 55) Wie hoch kommen 12 Loth, wenn 2 Loth 3 Kr. kosten?
- 56) Wie viele Pfd. erhält man für 55 fl., wenn 11 Pfd. 2 fl. kosten?
- 57) Für 3 Ellen Tuch werden 13 fl. gezahlt; wie viel erhält man für 39 fl.?
- 58) Wenn man für 36 Eier 48 Kr. bezahlt, wie viel Stück erhält man für 4 Kr.?
- 59) Wenn 63 Pfd. 75 fl. kosten, was kosten 7 Pfd.?
- 60) Mit 72 fl. gewann Jemand 54 fl., wie viel mit 8 fl.?
- 61) Wenn 12 Loth 18 Kr. kosten; wie hoch kommen 2 Loth?
- 62) 5 Schffl. Korn kosten 45 fl.; wie hoch kommen 12 Schffl.?
- 63) 8 Pfund einer Waare kosten 16 fl.; was kosten a) 14 Pfd., b) 36, c) 50 Pfd.?
- 64) 6 Ellen Tuch kommen auf 24 fl.; was kosten 11 Ellen?
- 65) 5 Buch Schreibpapier kosten 55 Kr.; wie hoch kommen 11 Buch?
- 66) 3 Ellen Band kosten 54 Kr.; wie hoch kommen a) 27, b) 36, c) 40 Ellen?
- 67) Für 5 Pfd. Zucker zahlt Jemand 2 fl.; wie hoch kommen hiernach 45 Pfd.?

- 68) Ein Schock einer gewissen Waare kostet 30 Kr.; wie hoch kommen
a) 20, b) 30, c) 45, d) 51 Stück zu stehen?
- 69) 30 Ellen feine Leinwand kommen auf 15 fl. zu stehen; wie theuer
kommen 4 Ellen?
- 70) 8 Scheffel Haber wurden um 43 fl. gekauft; wie hoch kommen: a)
5 Schffl., b) 9 Schffl., c) 12 Schffl.?
- 71) 4 Pfund Fleisch kommen auf 38 Kr. zu stehen; wie hoch kommen:
a) 9 H, b) 15 H, c) 32 H?

2) In Bruchzahlen.

1s Beispiel: 5 Stück zu $\frac{5}{8}$ fl.; wie hoch kommen 46 Stück?
Berechn.: Kosten 5 Stck. $\frac{5}{8}$ fl., so k. 1 Stck. den 5ten Theil
von $\frac{5}{8}$ fl. = $\frac{1}{8}$ fl.; 45 St. k. daher $4\frac{5}{8}$ fl. = $5\frac{5}{8}$ fl. = 5 fl.
 $37\frac{1}{2}$ Kr.

2s Beispiel: $\frac{3}{4}$ Ellen kosten 2 fl.; wie hoch kommen 29 Ellen?
Berechn.: Kosten $\frac{3}{4}$ Ellen 2 fl., so kostet $\frac{1}{4}$ Elle den 3ten Theil
von 2 fl. = $\frac{2}{3}$ fl. und 1 ganze oder $\frac{4}{4}$ Ellen k. $\frac{4 \times 2}{3} = \frac{8}{3}$ oder

$2\frac{2}{3}$ fl. 29 Ellen kosten daher $29 \times 2 = 58$ fl. und $\frac{29 \times 2}{3}$
= $5\frac{8}{3} = 19\frac{1}{3}$ fl. 58 und $19\frac{1}{3}$ fl. = $77\frac{1}{3}$ fl. = 77 fl. 20 Kr.

3s Beispiel: Wie hoch kommen $\frac{4}{5}$ Rieß Papier, wenn 9 Rieß
54 fl. kosten?

Berechnung: Kosten 9 Rieß 54 fl., so k. 1 Rieß den 9. Theil
von 54 = 6 fl.; $\frac{1}{5}$ Rieß k. dann den 5. Theil von 6 fl. = $\frac{6}{5}$ fl.
= $1\frac{1}{5}$ fl., und $\frac{4}{5}$ Rieß k. $4 \times 1\frac{1}{5} = 4\frac{4}{5}$ fl. = 4 fl. 48 Kr.

4s Beispiel: $\frac{3}{8}$ Loth Seide kosten $\frac{1}{4}$ fl.; wie hoch kommen 19
Loth?

Berechn.: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ fl. Kosten $\frac{3}{8}$ Loth $\frac{2}{8}$ fl., so k. 3 Loth 2 fl.,
also 1 Loth den 3ten Theil von 2 fl. = $\frac{2}{3}$ fl. 19 Loth k. daher
 $\frac{19 \times 2}{3} = 3\frac{8}{3} = 12\frac{2}{3}$ fl. = 12 fl. 40 Kr.

5s Beispiel: $\frac{5}{6}$ Ellen kosten 3 fl.; wie hoch kommen 5 Ellen?

Berechnung: 5 Ellen ist 6mal so viel, als $\frac{5}{6}$ Ellen. 5 Ellen k.
daher auch 6×3 fl. = 18 fl.

- 72) 4 Pfd. Schweinsfleisch zu $\frac{2}{3}$ fl.; was kosten: a) 12, b) 20, c) 45
Pfund?
- 73) 5 H Rindfleisch kosten $\frac{5}{6}$ fl.; wie hoch kommen: a) 27, b) 49, c)
58 Pfd.?

- 74) Wie viel kosten: a) 15, b) 19, c) 27 Buch Conceptpapier, wenn 6 Buch $\frac{3}{4}$ fl. kosten?
- 75) $\frac{3}{4}$ Ellen Tuch kosten 5 fl.; wie hoch kommen: a) 23, b) 29, c) 36 Ellen?
- 76) $\frac{5}{6}$ Schock Stroh zu 7 fl.; wie hoch kommen: a) 9, b) 13, c) 24 Schock?
- 77) 8 Centner kosten 52 fl.; wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Ctr.?
- 78) $\frac{3}{4}$ Maß Wein kommen auf $\frac{2}{3}$ fl.; wie viel kosten: a) 6, b) 8, c) 10, d) 30 Maß?
- 79) $\frac{1}{4}$ H zu $\frac{7}{8}$ fl.; wie hoch kommen: a) 10, b) 14, c) 18, d) 25 H ?
- 80) $\frac{2}{3}$ Ellen kosten $\frac{4}{5}$ fl.; wie hoch kommen: a) 14, b) 23, c) 32 Ellen?
- 81) 6 Ellen Tuch zu 24 fl.; wie hoch kommen: a) $\frac{2}{3}$, b) $\frac{3}{4}$, c) $\frac{5}{6}$, d) $\frac{5}{8}$ Ellen?
- 82) 4 Messer kosten $\frac{2}{3}$ fl.; wie hoch kommen: a) 15, b) 20, c) 28, d) 36 Messer?
- 83) Wenn $\frac{1}{2}$ H einer Waare $\frac{2}{3}$ fl. kostet, wie theuer sind: a) $\frac{3}{4}$, b) $\frac{2}{3}$, c) $\frac{7}{8}$ H ?
- 84) Wenn ich für 9 Centner auf eine gewisse Weite 6 fl. zahle; wie viel kostet auf die gleiche Weite die Last von: a) $\frac{1}{2}$ Ctr., b) von $\frac{3}{4}$ Ctr.?
- 85) $\frac{3}{4}$ Ellen zu 4 fl.; wie hoch kommen 3 Ellen?
- 86) Für $\frac{7}{8}$ fl. erhält man 9 H ; wie viel um 7 fl.?
- 87) 6 Buch Conceptpapier kommen auf $\frac{3}{4}$ fl.; wie hoch kommen a) 8 Buch, b) 11 Buch, c) 13 Buch, d) 17 Buch?
- 88) $\frac{5}{6}$ Schffl. Korn kosten 10 fl., wie hoch kommen 7 Schffl. zu stehen?
- 89) $\frac{3}{4}$ Ellen ganz feines Tuch werden mit 6 fl. gezahlt; wie hoch kommen nach diesem Preise a) 8 Ellen, b) 10, c) 12 Ellen?
- 90) Für 6 H zahlt man 48 Kr., wie viel für a) $\frac{3}{4}$, b) $\frac{5}{8}$, c) $\frac{7}{8}$ H ?
- 91) 3 Loth gebrannter Kaffee kommen auf $\frac{3}{4}$ Sechser; was kosten a) 8, b) 12, c) 20, d) 24 Loth?
- 92) 4 Duzend Messer kosten 12 fl.; wie hoch kommen a) $\frac{2}{3}$, b) $\frac{3}{4}$, c) $\frac{1}{2}$ Duzend?
- 93) 4 Ellen Band kosten $\frac{2}{5}$ fl.; wie hoch kommen a) 20 Ellen, b) 16, c) 28 Ellen?
- 94) Wenn $\frac{1}{2}$ H einer Waare $\frac{2}{3}$ fl. kostet, wie hoch kommen dann a) 27, b) 20, c) 33, d) 45 H ?
- 95) $\frac{3}{8}$ H zu $\frac{3}{4}$ fl., was kosten a) 34, b) 27, c) 48, d) 29 H ?

3) In gemischten Zahlen.

18 Beispiel: Wie theuer sind 6 Duzend Messer, wenn 4 Duzend $24\frac{1}{2}$ fl. kosten?

Berechn.: Kosten 4 Dbd. $24\frac{1}{2}$ fl., so f. 1 D. den 4ten Theil von 24 fl. = 6 fl. und von $\frac{1}{2}$ fl. = $\frac{1}{8}$ fl. Kostet 1 D. $6\frac{1}{8}$ fl., so kosten 6 D. $6 \times 6\frac{1}{8}$ fl. = $36\frac{6}{8}$ fl. = 36 fl. 45 Kr.

28 Beispiel: $2\frac{1}{2}$ H zu 8 fl.; wie viel kosten 21 H?

Berechnung: $2\frac{1}{2}$ Pfd. = $\frac{5}{2}$ Pfd.; 8 fl. = $\frac{16}{5}$ fl. Kosten $\frac{5}{2}$ Pfd. $\frac{16}{5}$ fl., so f. 5 Pfd. 16 fl. und 1 Pfd. den 5ten Theil von 16 fl. = $3\frac{1}{5}$ fl. 21 Pfd. f. also $21 \times 3\frac{1}{5}$ fl. = 63 fl. und $\frac{21}{5}$ = $4\frac{1}{5}$ fl. 63 und $4\frac{1}{5}$ = $67\frac{1}{5}$ fl. = 67 fl. 12 Kr.

38 Beispiel: $\frac{2}{3}$ Ellen Zeug zu $1\frac{1}{2}$ fl.; wie viel kosten 37 E.?

Berechn.: $\frac{2}{3}$ Ellen = $\frac{4}{6}$ Ell.; $1\frac{1}{2}$ fl. = $\frac{9}{6}$ fl. Wenn $\frac{4}{6}$ Ellen $\frac{9}{6}$ fl. kosten, so f. 4 E. 9 fl.; 1 Elle aber $\frac{9}{4}$ fl. = $2\frac{1}{4}$ fl. Kostet 1 E. $2\frac{1}{4}$ fl., so f. 37 E. $37 \times 2\frac{1}{4}$ fl. = 74 fl. und $\frac{37}{4}$ = $9\frac{1}{4}$ fl. $74 + 9\frac{1}{4}$ fl. = $83\frac{1}{4}$ fl. oder 83 fl. 15 Kr.

48 Beispiel: Wie hoch kommen 16 H, wenn $2\frac{1}{2}$ Pfund $1\frac{2}{3}$ fl. kosten?

Berechn.: $2\frac{1}{2}$ = $\frac{5}{2}$ Pfd.; $1\frac{2}{3}$ = $\frac{5}{3}$ fl. $\frac{5}{2}$ = $\frac{15}{6}$; $\frac{5}{3}$ = $\frac{10}{6}$. Wenn $\frac{15}{6}$ Pfd. $\frac{10}{6}$ fl. kosten, so f. 15 Pfd. 10 fl., also 1 Pfund den 15ten Theil von 10 fl. = $\frac{10}{15}$ = $\frac{2}{3}$ fl. 16 Pfd. f. demnach $16 \times \frac{2}{3}$ = $10\frac{2}{3}$ fl. = 10 fl. 40 Kr.

- 96) 4 Stück für $7\frac{1}{2}$ fl.; was kosten: a) 16, b) 20, c) 36 Stück?
- 97) Wenn 5 Ellen Tuch $15\frac{1}{2}$ fl. kosten; wie hoch kommen: a) 9 Ellen, b) 13 E., c) 15 E., d) 20 Ellen?
- 98) $5\frac{5}{8}$ Meßen Korn zu 7 fl.; was kosten: a) 4, b) 10, c) 16 Meßen?
- 99) Für 13 Ellen Tuch werden 39 fl. bezahlt, wie viel kosten a) $1\frac{1}{2}$ Ellen, b) $2\frac{2}{3}$, c) $4\frac{3}{4}$ Ellen?
- 100) Wenn man für $3\frac{1}{5}$ fl. 4 Myn. Haber erhält, wie viel bekommt man für 16 fl.?
- 101) 18 H Wachs kosten $27\frac{3}{5}$ fl.; was kosten 3 H?
- 102) 5 Tische kosten $24\frac{1}{2}$ fl.; was kosten 2 Tische?
- 103) 8 Schlösser kosten $16\frac{4}{5}$ fl.; was kosten 3 Schlösser?
- 104) 12 Fässer kommen auf $24\frac{1}{2}$ fl.; was kostet 1 Faß?
- 105) Wie theuer sind $6\frac{2}{3}$ Dugend Scheeren, wenn 4 Dugend a) 18, b) 24 fl. kosten?
- 106) 3 H zu $12\frac{1}{2}$ fl., was kosten a) 8, b) 20 H?
- 107) Wenn 2 Ellen auf $5\frac{1}{2}$ fl. zu stehen kommen, wie theuer sind dann a) 8, b) 10, c) 5 Ellen?
- 108) $2\frac{4}{5}$ Rieß Druckpapier zu 7 fl.; was kosten: a) 8 Rß., b) 14 Rß., c) 17 Rß.?

- 109) $1\frac{1}{2}$ Mß. Milch zu $\frac{1}{8}$ fl.; wie viel kosten: a) 24, b) 30, c) 42, d) 46 Mäß?
- 110) Für $3\frac{1}{2}$ fl. kaufte Jemand $\frac{7}{8}$ Ctr. Waare; wie viel bekam er für 42 fl.?
- 111) $\frac{1}{4}$ Mäß Essig zu $3\frac{1}{2}$ Kr.; wie hoch kommen: a) 7 Mäß, b) 24 Mäß, c) 35 Mäß?
- 112) Wenn $2\frac{1}{2}$ Ellen auf $3\frac{1}{3}$ fl. zu stehen kommen, wie viel kosten: a) 12, b) 27, c) 35 Ellen?
- 113) $1\frac{2}{3}$ Ellen kosten $7\frac{1}{2}$ fl.; wie hoch kommen: a) 18, b) 23, c) 31 Ellen?
- 114) Wie weit kann ein Fuhrmann eine gewisse Fracht für 20 fl. bringen, wenn er sie für 5 fl. $7\frac{3}{4}$ Meilen weit fährt?
- 115) Wenn 6 Arbeiter täglich $52\frac{1}{2}$ □ Ruthen Acker umgraben; wie viel Land können demnach: a) 18, b) 42, c) 54 Arbeiter in derselben Zeit umgraben?
- 116) In einer Mühle werden in 5 Stunden 2 Schffl. Korn gemahlen; wie lange dauert es, bis: a) $10\frac{1}{2}$ Schffl.; b) $12\frac{1}{4}$ Schffl. gemahlen sind?

4) In zusammengesetzten Gliedern.

18 Beispiel: 4 Ellen kosten 2 fl. 48 Kr.; wie theuer sind $\frac{2}{3}$ Ell.?

Berechn.: Kosten 4 Ellen 2 fl. 48 Kr., so k. 1 Elle den 4ten Theil von 2 fl. = 30 Kr. und von 48 Kr. = 12 Kr. 30 und 12 = 42 Kr. $\frac{1}{3}$ Ell. k. daher den 3ten Theil von 42 Kr. = 14 Kr. und $\frac{2}{3}$ noch einmal so viel, also 28 Kr.

Auf andere Weise: 4 Ellen = $\frac{20}{5}$ G. 2 fl. 48 Kr. = $2\frac{4}{5}$ fl. = $\frac{14}{5}$ fl. Kosten $\frac{20}{5}$ G. $\frac{14}{5}$ fl., so kosten 20 G. 14 fl. und 1 G. $\frac{14}{20}$ = $\frac{7}{10}$ fl. = 42 Kr. u.

28 Beispiel: $\frac{5}{6}$ Centner kosten 3 fl. 30 Kr.; wie hoch kommen 15 Centner?

Berechn.: Kosten $\frac{5}{6}$ Ctr. 3 fl. 30 Kr., so k. $\frac{1}{6}$ den 5ten Theil von 3 fl., also $\frac{3}{5}$ fl. = 36 Kr. und den 5ten Theil von 30 Kr. = 6 Kr. 36 und 6 = 42 Kr. = 7 Sechsf.; 1 ganzer Centner kostet daher $6 \times 7 = 42$ Sechsf. = 4 fl. 2 Sechser. 15 Ctr. k. daher $15 \times 4 = 60$ fl. und $15 \times 2 = 30$ Sechsf. = 3 fl. 60 und 3 = 63 fl.

Auf andere Weise: 15 ganze Ctr. = $\frac{90}{6}$, diese aber sind das 18fache von $\frac{5}{6}$. 15 Ctr. kosten demnach auch 18×3 fl. = 54 fl. und $\frac{18}{2}$ fl. = 9 fl., $54 + 9 = 63$ fl.

Auf noch andere Weise: Wenn $\frac{5}{6}$ Ctr. $3\frac{1}{2}$ fl. kosten, so kosten 5 ganze Ctr. $6 \times 3\frac{1}{2} = 21$ fl. und 15 Ctr. 3 mal so viel = 63 fl.

38 Beispiel: 3 Pfund kosten $4\frac{1}{2}$ fl.; wie hoch kommen 2 Ctr. 25 Pfund?

Berechnung: $3 \text{ T} = \frac{6}{2} \text{ T}$, $4\frac{1}{2} \text{ fl.} = \frac{9}{2} \text{ fl.}$. Wenn $\frac{6}{2} \text{ T}$ $\frac{9}{2} \text{ fl.}$ kosten, so kosten 6 T 9 fl. und 1 T also den 6. Theil von 9 fl. $= 1\frac{3}{6} = 1\frac{1}{2} \text{ fl.}$. 225 T kosten daher 225 ganze und $2\frac{2}{2} \text{ fl.} = 112\frac{1}{2} \text{ fl.}$. 225 und $112\frac{1}{2} = 337\frac{1}{2} \text{ fl.}$

Kürzer: Kosten 3 T $4\frac{1}{2} \text{ fl.}$ so kosten 6 T noch einmal so viel, also 9 fl., und 1 T daher $1\frac{1}{2} \text{ fl.}$ zc.

- 117) 8 Schffl. Korn kosten 60 fl. 36 Kr.; wie hoch kommen a) $\frac{2}{3}$, b) $\frac{3}{4}$, c) $\frac{5}{6}$ Schffl.?
- 118) 15 Ellen Band zu 20 fl. 30 Kr., wie hoch kommen a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $\frac{3}{4}$, d) $\frac{1}{6}$, e) $\frac{5}{8}$ Ellen?
- 119) 1 Schffl. 3 Mezen Korn kosten 13 fl. 30 Kr.; wie hoch kommen a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{7}{8}$ Mezen?
- 120) $1\frac{1}{2}$ T zu 18 fl. 24 Kr.; wie hoch kommen a) 7, b) 10, c) 12 T?
- 121) 2 T kosten 1 fl. 12 Kr.; wie hoch kommen a) $52\frac{1}{2}$, b) $63\frac{1}{4}$, c) $49\frac{3}{4}$ T?
- 122) $1\frac{1}{2}$ Ellen Leinwand kommen auf 36 Kr. 3 pf. zu stehen; was kosten 16 Ellen?
- 123) Um $2\frac{1}{2}$ Kr. erhält man 5 Bogen Schreibpapier; wie viel Bogen um 5 fl. 30 Kr.?
- 124) Wenn Jemand alle 3 Tage 2 fl. 24 Kr. sich verdient, wie viel verdient er sich in $28\frac{1}{2}$ Tagen?
- 125) Für 3 Ctr. einer Waare zahle ich auf eine gewisse Weite 1 fl. 30 Kr.; wie viel kostet auf gleiche Weite eine Last von a) $11\frac{1}{2}$ Ctr., b) von $30\frac{3}{4}$ Ctr.?
- 126) Wie viel Ctr. fährt man für 17 fl. so weit, als 3 Ctr. für 6 fl. $22\frac{1}{2}$ Kr.?
- 127) Ein Kaufmann mußte für $1\frac{1}{2}$ Ctr. Gewicht 4 fl. 30 Kr. Fuhrlohn bezahlen; wie viel Ctr. hatte derselbe geladen, wenn er auf dieselbe Weite $25\frac{1}{2}$ fl. Fuhrlohn bezahlen mußte?
- 128) Ein Handwerker muß vierteljährig 9 fl. 45 Kr. Gewerbesteuer zahlen; wie viel machts: a) in 6 Monaten, b) in 1 Jahr, c) in 9 Jahren?
- 129) Wenn das Fuhrlohn für 3 Ctr. Waare auf eine gewisse Weite 1 fl. 48 Kr. kostet, wie viel muß man auf die gleiche Weite für eine Last von a) $11\frac{1}{2}$ Ctr., b) $16\frac{1}{2}$ Ctr. zahlen?
- 130) Wie viel braucht Jemand zu seiner Unterhaltung in $24\frac{1}{2}$ Tagen, wenn er in 4 Tagen 2 fl. 40 Kr. braucht?
- 131) Wenn für 9 Mann 3 Schffl. $4\frac{1}{2}$ Mgn. Korn in einer gewissen Zeit sind, wie viel Vorrath ist für 27 Mann nöthig?

- 132) Drei Duzend Messer kosten 12 fl. 24 Kr.; was kosten $2\frac{1}{2}$ Duzend?
 133) Wie hoch kommen $13\frac{1}{2}$ Maß Bier, wenn 3 Maß $13\frac{1}{2}$ Kr. kosten?
 134) $\frac{1}{4}$ Elle Tuch kostet 2 fl. 15 Kr.; was kosten a) 7, b) 8, c) 10 Ellen?
 135) Was kosten $9\frac{1}{4}$ Ellen Casimir, wenn $\frac{1}{4}$ Elle auf 1 fl. 50 Kr. zu stehen kommt?
 136) Drei Ellen Tuch zu 24 fl. 36 Kr., was kostet $\frac{1}{3}$ Elle?
 137) $7\frac{1}{2}$ Maß Bier kosten 33 Kr. 3 pf.; was kosten 8 Eimer 50 Maß?
 138) $\frac{1}{4}$ Pfd. kostet 18 Kr. 3 pf.; was kosten 30 Pfd.?
 139) Was kosten $17\frac{1}{2}$ Maß Bier, wenn 3 Maß 12 Kr. 3 pf. kosten?
 140) $7\frac{1}{2}$ Pfd. Wolle kosten 3 fl. 45 Kr., wie hoch kommen $19\frac{1}{2}$ Pfd.?

Z i f f e r r e c h n e n .

1) Rechnungen mit 2 Grössen gleicher Art und Benennung und mit einer Grösse anderer Art.

Beispiel: 5 Ellen kosten 7 fl.; wie hoch kommen 36 Ell.?

a) Berechnung nach dem Zweisatze:

$$\begin{array}{rcl} 5 \text{ Ellen} & 7 \text{ fl.} & \\ 36 \text{ „} & ? \text{ „} & \\ \hline \end{array}$$

Wir schlossen hier: Wenn 5 Ellen 7 fl. kosten, so k. 1 E. den 5. Theil von 7 fl. = $\frac{7}{5}$ fl.; 36 E. kosten daher $36 \times \frac{7}{5} = 50\frac{2}{5}$ fl.

$$\begin{array}{rcl} 5 \text{ „} & 7 \text{ „} & \\ 1 \text{ „} & 5 : 7 = \frac{7}{5} \text{ fl.} & \\ 36 \text{ „} & 36 \times \frac{7}{5} = 2\frac{5}{5}^2 = 50\frac{2}{5} \text{ fl.} & \end{array}$$

Berechnung nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{7 \times 36}{\text{fl. ? } 5} = \frac{252}{5} = 50\frac{2}{5} \text{ fl.}$$

Die Frage ist: Wie viel fl.? Wenn 5 Ellen 7 fl. kosten, so k. 1 E. den 5. Theil von 7 fl.; 36 Ellen kosten aber 36mal so viel, als 1 Elle. Hiernach bildet die Zahl 5 den Nenner.

Auf andere Weise: Würde 1 Elle 7 fl. kosten, so würden die 36 Ellen $36 \times 7 = 252$ fl. kosten. Da aber 5 Ellen 7 fl. kosten, so k. die 36 E. nur den 5. Theil von 252 fl. = $2\frac{5}{5}^2 = 50\frac{2}{5}$ fl.

- 141) Wenn 15 Ellen 27 Kr. kosten, wie theuer sind 29 Ellen?
 142) 4 Schffl. Gerste zu 26 fl.; wie hoch kommen 39 Schffl.?
 143) Wie viel ℔ erhält man für 17 fl., wenn 7 ℔ 3 fl. kosten?
 144) 30 Loth kommen auf 4 fl. zu stehen; wie viel kosten 26 Loth?
 145) Für 59 fl. erhält man 4 Schffl. Weizen, wie viel für 413 fl.?
 146) Wie hoch kommen 15 Eimer Wein, wenn 4 Eimer 73 fl. kosten?
 147) Für 8 fl. erhält man 6 ℔ Waare, wie viel für 98 fl.?

- 148) Von 7 Schafen erhält man 23 fl. Wolle; wie viel von 45 Schafen?
- 149) Wie hoch kommen 23 Ellen zu stehen, wenn 15 Ellen 33 fl. kosten?
- 150) Wie viel Tage sind erforderlich, um 21 Tagwerk Feld zu bearbeiten, wenn man zu 5 Tagwerk 9 Tage braucht?
- 151) Ein Arbeiter verdiente sich in 3 Monaten 120 fl. ; wie viel Monate hätte er arbeiten müssen, um sich 800 fl. zu verdienen?
- 152) Wie viel kosten: a) 67 Ctr., b) 95 Ctr. Wolle, wenn 12 Centner auf 1620 fl. zu stehen kommen?
- 153) Für 3 Ellen Tuch werden 5 Thlr. bezahlt, wie viel für 95 Ellen?
- 154) 10 Maurer bekommen täglich 7 fl. Lohn, wie viel 46 Maurer?
- 155) Ein Tagelöhner verdiente in 8 Tagen 5 fl. ; wie viel könnte er auf diese Weise in 28 Tagen verdienen?
- 156) Für 97 fl. erhält man 3 Eimer Wein; was werden 13 Eimer kosten?
- 157) 5 Eier kosten 8 Kr.; was kosten 36 Stück?
- 158) Wenn 18 fl. 21 fl. kosten; wie viel fl. erhält man für 35 fl. ?
- 159) Wenn Jemand in 3 Tagen 4 fl. zum Unterhalte für seine Familie braucht; wie viel braucht er in 26 Tagen?
- 160) Für 10 Mann sind für einen gewissen Zeitraum 3 Schffl. Korn nöthig; wie viel für 24 Mann?
- 161) Wie viel Mäntel können aus 308 Ellen Tuch gefertigt werden, da zu 4 Mänteln 28 Ellen nöthig sind?
- 162) Für 7 Ctr. zahlt man 4 fl. Fracht; wie viel für 91 Ctr.?

2) Rechnungen mit 2 Grössen gleicher Art aber verschiedener Benennung und mit einer Grösse anderer Art.

Beispiel: 8 fl. zu 2 fl. ; wie viel kosten 6 Ctr.?

Berechnung: a) nach dem Zweisatz:

$$\begin{array}{rcl}
 8 \text{ fl.} & - & 2 \text{ fl.} \\
 6 \text{ Ctr.} & - & ? \\
 \hline
 8 \text{ fl.} & - & 2 \text{ fl.} \\
 1 \text{ fl.} & - & 8 : 2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \text{ fl.} \\
 100 \text{ fl.} = 1 \text{ Ctr.} & - & 100 \times \frac{1}{4} = \frac{100}{4} \text{ fl.} = 25 \text{ fl.} \\
 6 \text{ „} & - & 6 \times 25 = 150 \text{ fl.}
 \end{array}$$

Wir schlossen: Wenn 8 Pfd. 2 fl. kosten, so kostet 1 Pfd. den 8ten Theil von 2 fl. = $\frac{2}{8}$ od. $\frac{1}{4}$ fl. ; 1 Ctr. oder 100 Pfd. kosten dann $100 \times \frac{1}{4} \text{ fl.} = 25 \text{ fl.}$ und 6 Ctr. kosten $6 \times 25 = 150 \text{ fl.}$

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\begin{array}{r} 150 \\ 2 \times 600 \\ \hline \text{fl. ?} \quad 8 \\ 4 \end{array} = 150 \text{ fl.}$$

Die Frage heisst: Wie viel fl.? Wenn 8 Pfd. 2 fl. kosten, so k. 1 Pfd. den 8ten Theil von 2 fl., 600 Pfd. aber kosten 600 mal so viel, als 1 Pfd.

Auf andere Weise: Würde 1 Pfd. 2 fl. kosten, so würden 600 Pfd. 2×600 fl. kosten. Da aber 8 Pfd. 2 fl. k., so kosten 600 Pfd. nur den 8. Theil von 2×600 fl., 2 und 600 erscheinen nach diesem Ansätze als Zähler, 8 erscheint als Nenner. Die ganze Rechnung wird daher als Bruch betrachtet. 2 und 8 lassen sich durch 2 heben; daher sind die Ziffern 2 und 8 zu streichen, und da 2 in 8 viermal enthalten ist, so muss unter 8 die 4 gestellt werden. Der Nenner 4 und der Zähler 600 lassen sich wieder heben. 4 geht in 600 150mal. 600 Pfd. kosten also 150 fl.

- 163) 5 Eimer Bier kosten 20 fl.; wie viel kosten 7 Mass?
- 164) Für 15 Buch Schreibpapier muss man 2 fl. bezahlen; wie hoch kommen: a) 4 Riess, b) 9 Riess, c) 3 Ballen, d) 7 Ball.?
- 165) Wenn man für 45 Kr. 4 Buch Schreibpapier erhält, wie viel erhält man dann für: a) 5 fl., b) 9 fl., c) 21 fl., d) 27 fl.?
- 166) 3 Quentchen einer Farbe kosten 9 Kr.; wie viel kosten: a) 27 Loth, b) 9 ℥ , c) 87 ℥ , d) 6 Ctr.?
- 167) Wie theuer müssen 40 Scheffel Korn gezahlt werden, wenn a) 3 Metzen 7 fl., b) 4 Metzen 9 fl., c) 5 Mtz. 11 fl. kosten?
- 168) 4 Ballen Papier werden für 120 fl. bezahlt; wie theuer sind a) 7 Riess, b) 9 Riess, c) 18 Buch, d) 11 Buch?
- 169) 8 Centner einer Waare werden um 600 fl. verkauft; wie hoch kommen: a) 64 ℥ , b) 28 ℥ , c) 24 Loth, d) 10 Loth?
- 170) Wie hoch kommen 4 Ctr. Flachs zu stehen, wenn 8 Pfund um 3 fl. verkauft werden?
- 171) 5 Metzen Erdäpfel zu 2 fl., wie hoch kommen 27 Schffl.?
- 172) Wenn 5 Ctr. Zucker mit 200 fl. bezahlt werden, wie hoch kommen dann a) 39 ℥ , b) 21 ℥ , c) 16 Loth, d) 20 Loth?
- 173) 2 Loth einer Waare werden für 15 Kr. gekauft; wie viel werden a) 9 ℥ , b) 76 ℥ , c) 3 Ctr. kosten?
- 174) In 24 Tagen braucht Jemand 20 fl., wie viel wird er bei gleichem Bedarf in 6 Jahren nöthig haben?

3) Rechnungen mit Bruch- und gemischten Zahlen.

a) Die Bruchzahl im zweiten Gliede des Bedingungssatzes.

Beispiel: Wenn 3 Loth Schnupftabak $4\frac{1}{2}$ Kr. kosten, wie hoch kommen 28 Loth zu stehen?

a) Berechnung nach dem Zweisatze:

$$\begin{array}{rcl} 3 \text{ Loth} & \text{---} & 4\frac{1}{2} \text{ Kr.} \\ 28 \text{ Loth} & \text{---} & ? \end{array}$$

$$3 \text{ Loth} \text{ --- } 4\frac{1}{2} = \frac{9}{2} \text{ Kr.}$$

$$1 \text{ Loth} \text{ --- } 3 : \frac{9}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ Kr.}$$

$$28 \text{ Loth} \text{ --- } 28 \times 1\frac{1}{2} \text{ Kr.} = 28 + 14 = 42 \text{ Kr.}$$

Wenn 3 Loth $4\frac{1}{2}$ oder $\frac{9}{2}$ Kr. kosten, so kostet 1 Loth den 3. Theil von $\frac{9}{2}$ oder $\frac{1}{3} \times \frac{9}{2} \text{ Kr.} = \frac{9}{6} = 1\frac{1}{2} \text{ Kr.}$ und 28 Lth. k. dann $28 \times 1\frac{1}{2} \text{ Kr.}$

b) Berechnung nach dem Dreisatze in Bruchform.

$$\begin{array}{rcl} 3 & 14 \\ 9 \times 28 & & \\ \hline \text{Kr.} \cdot 2 \times 3 & = & 42 \text{ Kr.} \end{array}$$

Die Frage ist: Wie viel Kreuzer? Wenn 3 Loth $\frac{9}{2}$ Kr. kosten, so kostet 1 Loth den 3. Theil von $\frac{9}{2}$ Kr.; 28 Loth kosten aber 28 mal so viel, als 1 Loth.

$\frac{9}{2}$ und 28 erscheinen hier als Zähler. 3 als Nenner. $\frac{9}{2} \times 28$ ist aber nur die Hälfte oder der 2. Theil von 9×28 , eben desswegen muss 9 als Zähler über die Linie und 2 als Nenner unter die Linie gestellt werden. Hierauf werden die Zahlen gegenseitig gekürzt. 3 geht in 9, 2 in 28 auf.

175) 7 fl. zu $\frac{5}{8} \text{ fl.}$, wie hoch kommen 36 fl. ?

176) 4 Ellen kosten $\frac{2}{3} \text{ fl.}$, wie hoch kommen 45 Ellen?

177) 53 Stück zu $74\frac{1}{2} \text{ fl.}$; wie hoch kommen 5 Stück?

178) Wie hoch kommen 28 Mtzn. Weizen, wenn 2 Mtzn. $4\frac{1}{2} \text{ fl.}$ kosten?

179) 3 Ballen Druckpapier kosten $21\frac{1}{2} \text{ fl.}$; was kosten 7 Ballen?

180) Wie viel Haber wird man für 56 Thaler erhalten, wenn 3 Schffl. $10\frac{1}{2} \text{ Thlr.}$ kosten?

181) 5 fl. einer Waare kosten $\frac{11}{12} \text{ fl.}$; wie theuer sind: a) 16 fl. ; b) 30 fl. , c) 95 fl. ?

182) 3 Ellen kosten $1\frac{1}{5} \text{ fl.}$; was kosten 27 Ellen?

183) 24 Loth kosten $6\frac{3}{4} \text{ fl.}$, wie viel 18 fl. ?

184) Wie hoch kommen 12 Ellen grobes Tuch, wenn 16 Ellen $32\frac{3}{4} \text{ fl.}$ kosten?

185) 8 fl. einer Waare kosten $\frac{3}{4} \text{ fl.}$; wie theuer sind 56 fl. ?

186) Eine Anzahl Arbeiter erhalten für 20 Tage $150\frac{5}{8} \text{ fl.}$ Arbeitslohn, wie viel beträgt es a) für 12 Tage, b) für 25 Tage?

187) In einer Haushaltung braucht man in 8 Tagen zur Beleuchtung $4\frac{5}{8} \text{ fl.}$ Brennöl, wie viele fl. würde man in der Zeit von 36 Tagen brauchen?

188) 3 Ballen Druckpapier zu $21\frac{1}{2} \text{ fl.}$, wie hoch kommen 7 Ballen?

189) 14 Loth kosten $\frac{7}{12} \text{ fl.}$; wie hoch kommen 8 Loth?

190) Wie müssen 85 Stück bezahlt werden, wenn 4 Stück $\frac{3}{5} \text{ fl.}$ kosten?

b) Die Bruchzahl im Fragesatze.

1s Beispiel: Wie hoch kommen $\frac{2}{3}$ Ellen, wenn 6 Ellen 8 fl. kosten?

Berechnung a) nach dem Zweifatze:

6 Ellen — 8 fl.

$\frac{2}{3}$ Ellen — ? „

6 Ellen — 8 fl.

1 Elle — $6 : 8 = \frac{8}{6}$ fl.

$\frac{2}{3}$ Ellen — $\frac{2}{3} \times \frac{8}{6}$ fl. = $\frac{16}{18} = \frac{8}{9}$ fl.

Wenn 6 Ellen 8 fl. kosten, so kostet 1 Elle den 6. Theil von 8 fl. = $\frac{8}{6}$ fl. $\frac{2}{3}$ Ellen kosten daher $\frac{2}{3} \times \frac{8}{6} = \frac{16}{18}$ oder $\frac{8}{9}$ fl.

b) Nach dem Dreifatze in Bruchform:

$$\frac{8 \times 2}{\text{fl. } 6 \times 3} = \frac{8}{9} \text{ fl.}$$

Die Frage ist: Wie viel fl.? Wenn 6 Ellen 8 fl. kosten, so kostet 1 Elle den 6. Theil von 8 fl.; $\frac{2}{3}$ Ellen aber kosten $\frac{2}{3}$ mal so viel, als 1 Elle, oder den 3. Theil von dem zweifachen Preis einer Elle, daher erscheint der Nenner 3 wieder unter dem Strich. 2 und 6 lassen sich heben.

Auf andere Weise: Würde eine Elle 8 fl. kosten, so würden $\frac{2}{3}$ Ellen $\frac{2}{3} \times 8$ fl., d. i. den 3. Theil von 2×8 fl. kosten. Da aber 6 Ellen 8 fl. kosten, so kosten $\frac{2}{3}$ Ellen den 6. Theil hievon.

2s Beispiel: 4 Ellen Band zu $\frac{3}{5}$ fl., wie viel kosten $8\frac{1}{2}$ Ellen?

Berechnung a) nach dem Zweifatze:

4 Ellen — $\frac{3}{5}$ fl.

$8\frac{1}{2}$ „ — ? „

4 Ellen — $\frac{3}{5}$ fl.

1 „ — $4 : \frac{3}{5} = \frac{20}{3}$ fl.

$\frac{1}{2}$ „ — $\frac{1}{2} \times \frac{20}{3} = \frac{10}{3}$ fl.

$8\frac{1}{2} = \frac{17}{2}$ „ — $17 \times \frac{10}{3} = \frac{51}{3} = 1\frac{11}{3}$ fl.

Wenn 4 Ellen $\frac{3}{5}$ fl. kosten, so kostet 1 Elle den 4. Theil von $\frac{3}{5}$ fl. = $\frac{3}{20}$ fl.; $\frac{1}{2}$ Elle kostet dann $\frac{3}{40}$ fl. und 17 halbe Ellen kosten $17 \times \frac{3}{40}$ fl. = $\frac{51}{40} = 1\frac{11}{40}$ fl.

b) Nach dem Dreifatze:

$$\frac{3 \times 17}{\text{fl. } 5 \times 4 \times 2} = \frac{51}{40} = 1\frac{11}{40} \text{ fl.}$$

$8\frac{1}{2} = \frac{17}{2}$ Ellen kosten daher $\frac{17}{2}$ mal so viel, als 1 Elle.

Auf andere Weise: Würde 1 Elle $\frac{3}{5}$ fl. kosten, so würden $\frac{17}{2}$ Ellen den 2. Theil von $17 \times \frac{3}{5}$ oder $\frac{17}{2} \times \frac{3}{5}$ fl. kosten. Da aber 4 Ellen $\frac{3}{5}$ fl. kosten, so kosten $\frac{17}{2}$ Ellen den 4. Theil hievon.

191) Wie viel Ellen Leinwand erhält man für $1\frac{1}{2}$ fl., wenn 40 Ellen 18 fl. kosten?

192) Wie theuer kommen $5\frac{2}{3}$ Ctr., wenn 3 Ctr. 90 fl. kosten?

193) 2 Klafter Holz kosten $16\frac{2}{3}$ fl.; wie hoch kommen $3\frac{7}{8}$ Klfr.?

194) 15 fl. kosten $7\frac{1}{2}$ fl.; was kosten 76 fl. ?

- 195) Wie theuer kommen $99\frac{3}{4}$ R , wenn 5 R $37\frac{1}{2}$ Kr. kosten?
 196) Für 124 Ellen zahlt man 16175 fl.; wie viel Ellen bekommt man für $2\frac{2}{3}$ fl.?
 197) Wer für 3 Loth Pfeffer 5 Kr. zahlt, wie viel muss der für $8\frac{3}{4}$ Loth zahlen?
 198) Für 6 Stücke bezahlte man 8 fl., wie viel Stücke wird man für $10\frac{1}{2}$ fl. erhalten?
 199) 4 R zu $1\frac{1}{3}$ fl., wie hoch kommen $6\frac{1}{4}$ R ?
 200) Wie viel kosten $\frac{3}{4}$ Scheffel, wenn 3 Schffl. 37 fl. kosten?
 201) Für $4\frac{1}{2}$ fl. bekommt man 3 R ; wie hoch kommen $5\frac{7}{8}$ R ?
 202) Wie viel R erhält man für $5\frac{1}{4}$ fl., wenn $16\frac{1}{2}$ R 3 fl. kosten?
 203) Wie viel Ellen Leinwand können von $12\frac{1}{3}$ Pfd. Garn gewirkt werden, wenn 2 Pfd. $8\frac{1}{2}$ Ellen geben?

c) Die Bruchzahl im ersten Gliede des Bedingungssatzes.

1s Beispiel: $\frac{3}{4}$ Ellen kosten 2 fl.; wie hoch kommen 36 Ellen?

a) Berechnung nach dem Zweisatz:

$\begin{array}{r} \frac{3}{4} \text{ Ellen} - 2 \text{ fl.} \\ 36 \text{ Ellen} - ? \\ \hline \frac{3}{4} \text{ Ellen} - 2 \text{ fl.} \\ \frac{1}{4} \text{ Elle} - 3 : 2 = \frac{2}{3} \text{ fl.} \\ \frac{4}{4} \text{ od. 1 Elle} - 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \text{ fl.} = 2\frac{2}{3} \text{ fl.} \\ 36 \text{ Ellen} - 36 \times 2 = 72 \text{ fl. und } 36 \times \frac{2}{3} = 24 \text{ fl.} \\ 72 \text{ und } 24 = 96 \text{ fl.} \end{array}$	Wenn $\frac{3}{4}$ Ellen 2 fl. kosten, so kostet $\frac{1}{4}$ Elle den 3. Theil von 2 fl. = $\frac{2}{3}$ fl. und 1 ganze oder $\frac{4}{4}$ Ellen kosten $4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ fl. = $2\frac{2}{3}$ fl., 36 Ellen k. daher $36 \times 2\frac{2}{3}$ fl. = 96 fl.
--	---

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$\frac{2 \times 4 \times 36}{3} = 96 \text{ fl.}$	Die Frage heisst: Wie viel fl.? Wenn $\frac{3}{4}$ Ellen 2 fl. kosten, so kostet 1 Elle den $\frac{3}{4}$ Theil von 2 fl., oder wenn man, wie beim Bruchdividiren den Nenner stürzt, $\frac{4}{3} \times 2$ fl. 36 Ellen kosten 36 mal so viel, als eine Elle.
---	---

Auf andere Weise: Würde $\frac{1}{4}$ Elle 2 fl. kosten, so kostete 1 Elle oder vier Viertel 2×4 fl. Da aber drei Viertel 2 fl. kosten, so kommt 1 Elle auf den 3. Theil von 2×4 fl., 36 Ellen aber kosten 36 mal so viel, als eine 1 Elle.

2s Beispiel: $1\frac{1}{2}$ Pfund zu $2\frac{1}{3}$ fl., wie viel kosten $7\frac{1}{2}$ Pfund?

Berechnung a) nach dem Zweifatze:

$$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ fl.} \quad 2\frac{1}{3} = \frac{7}{3} \text{ fl.}$$

$$7\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \text{ „} \quad ? \text{ „}$$

$$\frac{3}{2} \text{ „} \quad - \quad \frac{7}{3} \text{ fl.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ „} \quad - \quad 3 : \frac{7}{3} = \frac{7}{9} \text{ fl.}$$

$$\frac{15}{2} \text{ „} \quad - \quad 15 \times \frac{7}{9} = \frac{105}{2} = 11\frac{6}{9} = 11\frac{2}{3} \text{ fl.}$$

Wenn $\frac{3}{2}$ Pfund
 $\frac{7}{3}$ fl. kosten, so
kostet $\frac{1}{2}$ Pfd. den
3. Theil von $\frac{7}{3}$ od.
 $\frac{1}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{9}$ und
 $\frac{15}{2}$ Pfd., $15 \times \frac{7}{9}$
 $= 11\frac{2}{3}$ fl.

b) Nach dem Dreifatze in Bruchform:

$$\frac{7 \times 2 \times 15}{\text{fl. ? } 3 \times 3 \times 2} = \frac{210}{18} = 11\frac{2}{3} \text{ fl.}$$

Die Frage: Wie viel fl.?
Wenn $\frac{3}{2}$ Pfd. $\frac{7}{3}$ fl. k., so k.
1 Pfd. $\frac{3}{2} : \frac{7}{3} \text{ fl.} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{3} \text{ fl.};$
 $\frac{15}{2}$ Pfd. k. aber $\frac{15}{2}$ mal so viel.

Auf andere Weise: Würde $\frac{1}{2}$ Pfd. $\frac{7}{3}$ fl. kosten, so würde 1 Pfd.
 $2 \times \frac{7}{3}$ fl. kosten; da aber $\frac{3}{2}$ Pfd. $\frac{7}{3}$ fl. kosten, so kostet 1 Pfd. nur
den 3. Theil von $2 \times \frac{7}{3}$ fl.; $\frac{15}{2}$ Pfd. kosten aber $\frac{15}{2}$ mal so viel, als
1 Pfund?

204) Wenn $\frac{6}{7}$ fl. 15 Kr. kosten; was kosten 4 fl.?

205) Für $6\frac{2}{5}$ fl. erhält man 16 fl., wie viel für 8 fl.?

206) Wenn $2\frac{1}{2}$ Ellen 7 Kr. kosten, was kosten $3\frac{1}{3}$ Ellen?

207) Wie viel kosten $37\frac{1}{2}$ Eimer Wein, wenn $\frac{3}{5}$ Eimer 10 fl. kosten?

208) Wie viele Ellen wird man für 21 fl. erhalten, wenn man für $2\frac{1}{2}$ Ellen $3\frac{1}{3}$ fl. zahlt?

209) Wenn $\frac{1}{2}$ fl. Kaffee $\frac{1}{3}$ fl. kostet, wie viele fl. wird man für $15\frac{1}{3}$ fl. erhalten?

210) Für $25\frac{3}{4}$ Kr. bekommt man $8\frac{1}{2}$ Loth; wie viel für $20\frac{1}{2}$ Kr.?

211) In $15\frac{1}{2}$ Tagen werden von einer Waare $216\frac{1}{4}$ Stück gefertigt; wie viele Stück werden in $22\frac{3}{4}$ Tagen gefertigt?

212) $\frac{2}{5}$ Ctr. einer Waare werden mit 70 fl. bezahlt; wie viel ist für a) $9\frac{7}{10}$, b) $15\frac{1}{2}$ Ctr. zu zahlen?

213) Für $\frac{7}{8}$ fl. Baumwolle nimmt Jemand $\frac{5}{8}$ fl. ein; wie theuer sind a) $\frac{3}{4}$ fl., b) $12\frac{2}{3}$ fl., c) $18\frac{1}{2}$ fl.?

214) In $\frac{3}{5}$ Jahren hat Jemand $520\frac{3}{4}$ fl. eingenommen; wie viel beträgt die Einnahme in a) $\frac{7}{12}$ Jahren, b) $3\frac{1}{2}$ Jahren?

215) $6\frac{1}{2}$ fl. Salz kosten $29\frac{1}{4}$ Kr.; wie hoch kommen: a) $15\frac{3}{4}$ fl., b) $39\frac{1}{2}$ fl., c) $87\frac{1}{4}$ fl.?

216) Wenn $4\frac{1}{2}$ Dutzend Federmesser 18 fl. kosten, wie viel kosten $6\frac{3}{4}$ Dutzend?

217) Wenn $3\frac{1}{2}$ fl. Waare $1\frac{1}{6}$ fl. kosten, wie theuer sind 136 fl.?

218) Um $7\frac{1}{3}$ fl. kauft man $11\frac{1}{2}$ fl., wie viel also um 14 fl.?

219) Wenn $3\frac{1}{2}$ Ellen Zeug $2\frac{1}{3}$ fl. kosten, wie viel k. $8\frac{5}{8}$ Ellen?

220) $2\frac{1}{4}$ Ctr. kosten $16\frac{3}{5}$ fl.; wie hoch kommen $22\frac{1}{2}$ Ctr.?

4) Rechnungen mit zusammengesetzten Gliedern.

1s Beispiel: 4 Arbeiter erhalten 15 fl. 36 Kr.; wie viel 9 Arbeiter?

Vorbereitende Rechnung: 15 fl. 36 Kr.

60

936 Kr.

a) Nach dem Zweisatze:

4 Arb. — 936 Kr.

9 „ ?

4 Arb. — 936 Kr.

1 4 : 936 Kr. = 234 Kr.

9 9 × 234 = 2106 = 35 fl. 6 Kr.

Wenn 4 Arb. 15 fl. 36 Kr. od. 936 Kr. erhalten, so erhält 1 Arb. den 4ten Theil von 936 Kr. = 234 Kr., u. 9 Arb. erhalten dann 9 × 234 Kr. = 2106 Kr. od. 35 fl. 6 Kr.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

234

936 × 9

Kr. ? 4

60

= 2106 Kr. = 35 fl. 6 Kr.

Frage: Wie viel Kr. ? Bekommen 4 Arb. 936 Kr., so erhält 1 Arb. den 4ten

Theil von 936 Kr. 9 Arb. erhalten 9mal so viel. Die Kreuzer müssen zuletzt durch 60 zu fl. gemacht werden.

Man macht, wie aus dem obigen Beispiel zu erschen ist, die verschiedenen Sorten (hier fl. und Kr.) zu der vorhandenen kleinsten (hier die fl. zu Kr.) und verfährt dann, wie bei den früheren Rechnungen.

Wenn sich die vorhandenen kleineren Sorten in einen leichten Bruch der grösseren umwandeln lassen, so nimmt man diese Umwandlung vor und verfährt, wie oben bei c. Im obigen Beispiel nimmt man statt 36 Kr. $\frac{3}{5}$ fl. $15\frac{3}{5}$ fl. = $15\frac{6}{10}$ fl.

Berechnung: a) nach dem Zweisatze:

4 Arb. — $15\frac{6}{10}$ fl.

9 „ — ?

4 „ — $15\frac{6}{10}$ fl.

1 „ 4 : $15\frac{6}{10}$ = $\frac{78}{20}$

9 „ 9 × $\frac{78}{20}$ = $\frac{702}{20}$ = $35\frac{2}{20}$ = $35\frac{1}{10}$ fl.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

39

78 × 9

fl. ? 5 × 4

2

351

10

= $35\frac{1}{10}$ fl.

Frage: Wie viel fl. ? Erhalten 4 Arbeiter $15\frac{6}{10}$ fl., so erhält 1 Arb. den 4ten Theil von $15\frac{6}{10}$; 9 Arb. erhalten 9mal so viel.

2s Beispiel: 3 fl. 45 Kr.; was kosten $39\frac{3}{4}$ fl. ?

Vorbereitende Rechnungen: 2 fl. 45 Kr. $39\frac{3}{4} = 1\frac{59}{4}$ fl.

60

165 Kr.

a) Nach dem Zweisatze:

$$\begin{array}{rcl}
 3 \text{ Pfd.} & \text{—} & 165 \text{ Kr.} \\
 1\frac{59}{4} \text{ „} & \text{—} & ? \\
 \hline
 3 \text{ „} & \text{—} & 165 \text{ Kr.} \\
 1 \text{ „} & \text{—} & 3 : 165 = 55 \text{ Kr.} \\
 \frac{1}{4} \text{ „} & \text{—} & 4 : 55 = 13\frac{3}{4} \text{ Kr.} \\
 1\frac{59}{4} \text{ „} & \text{—} & 159 \times 13 = 2067 \text{ Kr. u. } 3 \times 1\frac{59}{4} = 4\frac{77}{4} \\
 & & \quad \quad \quad 13 \quad \quad \quad = 119\frac{1}{4} \text{ Kr. } 2067 \text{ u. } 119\frac{1}{4} = \\
 & & \quad \quad \quad 477 \quad \quad \quad 2186\frac{1}{4} \text{ Kr.} = 36 \text{ fl. } 26\frac{1}{4} \text{ Kr.} \\
 & & \quad \quad \quad 159 \\
 & & \quad \quad \quad \hline
 & & \quad \quad \quad 2067
 \end{array}$$

b) Nach dem Dreisatze:

$$\begin{array}{rcl}
 55 \\
 165 \times 159 = 8745 \\
 \hline
 \text{Kr. ? } 3 \times 4 = 4 = 2186\frac{1}{4} \text{ Kr.} = 36 \text{ fl. } 26\frac{1}{4} \text{ Kr}
 \end{array}$$

Kosten 3 Pfd. 165 Kr., so k. 1 Pfd. den 3ten Theil von 165 Kr., und $1\frac{59}{4}$ Pfd. kosten $1\frac{59}{4}$ mal so viel, als 1 Pfd.

Nach Brüchen berechnet:

a) nach dem Zweisatze: 2 fl. 45 Kr. = $2\frac{3}{4} = 1\frac{1}{4}$ fl.

$$\begin{array}{rcl}
 3 \text{ Pfd.} & \text{—} & 1\frac{1}{4} \text{ fl.} \\
 1\frac{59}{4} \text{ „} & \text{—} & ? \\
 \hline
 3 \text{ „} & \text{—} & 1\frac{1}{4} \text{ fl.} \\
 1 \text{ „} & \text{—} & 3 : 1\frac{1}{4} = \frac{11}{12} \\
 \frac{1}{4} \text{ „} & \text{—} & \frac{1}{4} \times \frac{11}{12} = \frac{11}{48} \text{ fl.} \\
 1\frac{59}{4} \text{ „} & \text{—} & 159 \times \frac{11}{48} = \frac{1749}{48} \\
 & & 48 : 1749 = 36\frac{21}{48} = 36\frac{7}{16} \text{ fl.} \\
 & & \quad \quad \quad 144 \quad \quad \quad = 36 \text{ fl. } 26\frac{1}{4} \text{ Kr.} \\
 & & \quad \quad \quad \hline
 & & \quad \quad \quad 3 \cdot 09 \\
 & & \quad \quad \quad 2 \cdot 88 \\
 & & \quad \quad \quad \hline
 & & \quad \quad \quad 21
 \end{array}$$

b) Nach dem Dreifatze:

$$\frac{11 \times 159}{4 \times 3 \times 4} = \frac{583}{16} = 36 \frac{7}{16} \text{ fl.}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ 10 \cdot 3 \\ 9 \cdot 6 \\ \hline 7 \end{array}$$

Kosten 3 Pfd. $\frac{11}{4}$ fl., so
k. 1 Pfd. den 3. Theil von
 $\frac{11}{4}$ fl., und $1 \frac{5}{4}$ Pfd. kosten
 $1 \frac{5}{4}$ mal so viel, als 1 Pfd.

3s Beispiel: 7 Pfd. 12 Lth. kosten 3 fl. 50 Kr.; wie
hoch kommen 22 Pfd. 4 Loth?

Berechnung: a) nach dem Zweifatze:

$$7 \text{ Pfd. } 12 \text{ Lth.} = 236 \text{ Lth.}; \quad 3 \text{ fl. } 50 \text{ Kr.} = 230 \text{ Kr.};$$

$$22 \text{ Pfd. } 4 \text{ Lth.} = 708 \text{ Lth.}$$

$$236 \text{ L.} - 230 \text{ Kr.}$$

$$1 \text{ L.} - 236 : 230 = \frac{230}{236} \text{ Kr.}$$

$$708 \text{ L.} - 708 \times \frac{230}{236} = \frac{162,840}{236}$$

$$\frac{230}{236} : 162,840 = 69(0 \text{ Kr.} = 11 \text{ fl. } 30 \text{ Kr.}$$

$$\begin{array}{r} 21240 \\ 1416 \\ \hline 162840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1416 & 6 \\ \hline 2124 & -9 \\ 2124 & 6 \\ \hline - & 30 \end{array}$$

b) Nach dem Dreifatze:

$$\frac{230 \times 708}{236 \times 60} = \frac{23}{2} = 11 \frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Kosten 236 Lth. 230
Kr., so k. 1 Loth den
236. Theil von 230 Kr.;
708 Loth k. dann 708mal
so viel Kreuzer, als 1 Loth oder den 60sten Theil so viel Gulden.
Um nun gleich zu erfahren, wie viel Gulden die 708 Loth kosten,
muss nicht bloss 236, sondern auch 60 als Nenner aufgeführt wer-
den etc.

Nach Brüchen berechnet:

Vorbereitende Rechnungen:

$$7 \text{ Pfd. } 12 \text{ Lth.} = 7 \frac{3}{8} \text{ Pfd.} = 5 \frac{9}{8} \text{ Pfd.}; \quad 3 \text{ fl. } 50 \text{ Kr.} = 3 \frac{5}{8} \text{ fl.}$$

$$= 2 \frac{3}{8} \text{ fl.}; \quad 22 \text{ Pfd. } 4 \text{ Lth.} = 22 \frac{1}{8} \text{ Pfd.} = 17 \frac{7}{8} \text{ Pfd.}$$

a) Nach dem Zweifatze:

$$\begin{array}{rcl} \frac{59}{8} \text{ Pfd.} & \text{---} & \frac{23}{6} \text{ fl.} \\ \frac{177}{8} & \text{---} & ? \end{array}$$

$$\frac{59}{8} \text{ --- } \frac{23}{6} \text{ fl.}$$

$$\frac{1}{8} \text{ --- } 59 : \frac{23}{6} = \frac{23}{354} \text{ fl.}$$

$$\frac{177}{8} \text{ --- } 177 \times \frac{23}{354} = 177$$

23

531

354

$$354 : 4071 = 11\frac{1}{2} \text{ fl.}$$

354

—531

354

177

1

354

2

b) Nach dem Dreifatze in Bruchform:

$$\frac{23 \times 8 \times 177}{2 \times 59 \times 8} = \frac{23}{2} = 11\frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Wenn $\frac{59}{8}$ Pfd. $\frac{23}{6}$ fl. k., so kostet 1 Pfd. den $\frac{59}{8}$ Theil von $\frac{23}{6}$ fl.; Ansatz: $\frac{59}{8} : \frac{23}{6}$ od. $\frac{59}{8} \times \frac{23}{6}$ fl.; $\frac{177}{8}$ Pfd. kosten aber $\frac{177}{8}$ mal so viel als 1 Pfd.

Auf andere Weise: Würde $\frac{1}{8}$ Pfd. $\frac{23}{6}$ fl. kosten, so würde 1 Pfd. oder $\frac{8}{8}$ Pfd. $8 \times \frac{23}{6}$ fl. kosten. Da aber $\frac{59}{8}$ Pfd. $\frac{23}{6}$ fl. k., so kommt 1 Pfd. auf den 59sten Theil von $8 \times \frac{23}{6}$ fl. Aus dieser Darstellung leuchtet klar hervor, dass der Bruch $\frac{59}{8}$ gestürzt werden muss, und es erscheint dann 59 als Nenner und 8 als Zähler. $\frac{177}{8}$ Pfd. kosten hiernach $\frac{177}{8}$ mal so viel, als 1 Pfd.

Bemerk. Die Bruchform wird statt der ungleichbenannten Zahlen nur dann angewendet, wenn sich die kleineren Sorten in leichten Brüchen der grösseren Sorte ausdrücken lassen.

221) 4 Ellen Leinwand kosten 1 fl. 12 Kr.; was kosten $25\frac{3}{4}$ E.?

222) Wie viel kosten 12 Ctr. 75 Pfd., wenn 2 Ctr. 48 fl. 48 Kr. kosten?

223) 8 Ctr. kosten 6 fl. 28 Kr.; wie hoch kommen 3 Ctr.?

224) Für 21 fl. 45 Kr. erhält man 5 Pfd. 14 Loth; wie viel für 4 fl. 22 Kr. 2 pf.?

225) Was kosten 2 Quint, wenn 5 Pfd. 3 Lth. 3 Quint mit 32 fl. 45 Kr. bezahlt werden?

- 226) Eine Schafheerde von 140 Stücken wird so verkauft, dass je fünf und fünf 13 fl. 45 Kr. kosten; wie viel wird für diese Heerde eingenommen?
- 227) $2\frac{1}{2}$ Schffl. Weizen kommen auf 36 fl. 15 Kr.; wie viel kosten 12 Schffl. 4 Mtzn.?
- 228) Jemand kaufte bei einer Versteigerung 5 Riess 5 Buch 22 Bogen Schreibpapier um 5 fl. 17 Kr. 3 pf.; wie hoch kommen 3 Buch?
- 229) Was kosten 35 Schffl. 4 Mtzn., wenn man für 40 fl. 50 Kr. 5 Schffl. 5 Mtzn. bekommt?
- 230) Wie theuer sind 113 Ellen Tuch, wenn 27 Ellen mit 117 fl. 27 Kr. bezahlt werden?
- 231) 14 Pfd. kosten 18 fl. 48 Kr.; was kosten 4 Pfund 11 Loth 2 Quint?
- 232) Eine Frau kauft $3\frac{1}{5}$ Ctr. Flachs, wovon 7 Pfd. 1 fl. $29\frac{1}{2}$ Kr. kosten; wie viel muss sie bezahlen?
- 233) Für 9 Pfd. einer Waare zahlt man 1 Thlr. 12 Sgr. 6 Pf., wie viel für a) 270 Pfd., b) 24 Pfd.?
- 234) Für 30 Thlr. 16 Sgr. erhält ein Papierhändler 2 Ballen 8 Riess Papier; wie viel für 100 Thlr.?
- 235) Wenn 2 Ellen Tuch 4 fl. 40 Kr. kosten, wie viel kosten $14\frac{1}{4}$ Ellen?
- 236) Um 15 fl. erhält man 6 Pfd. 24 Loth; wie viel demnach um $29\frac{1}{2}$ fl.?
- 237) Die Unkosten einer Waare betragen auf 69 Pfd. 3 fl. 24 Kr., wie viel auf $28\frac{3}{4}$ Pfd.?
- 238) An 5 Ctr. $49\frac{1}{2}$ Pfd. gewinnt ein Kaufmann $19\frac{3}{4}$ fl.; wie viel an 3 Ctr. 50 Pfd.?
- 239) 100 fl. rhn. in Vierundzwanzigern wiegen 2 Pfd. 31 Loth; wie viel wiegen 3750 fl. in Vierundzwanzigern?
- 240) 3 Pfd. 24 Loth kosten 3 fl. 15 Kr.; was kosten 37 Pfd. 16 Loth?
- 241) Wie viel Ellen erhält man für 3 fl. 45 Kr., wenn $5\frac{5}{8}$ Ellen 7 fl. 20 Kr. kosten?
- 242) 7 Pfd. 17 Loth kosten 5 fl. 50 Kr.; wie hoch kommen 29 Pfd. 13 Loth?
- 243) 68 Ellen 3 Viertel ordinäre Leinwand kosten 17 fl. 11 Kr. 1 pf.; wie hoch kommen 5 Ellen?
- 244) 12 Schffl. 5 Metzen Korn kosten 74 fl. 26 Kr.; wie hoch kommen $2\frac{1}{2}$ Mtzn.?

- 245) Für 3 fl. 17 Kr. erhalte ich 19 Pfd. 17 Loth; wie viel für 32 fl. 50 Kr.?
- 246) An 300 fl. gewinnt man 13 fl. 30 Kr.; wie viel wird man an 1650 fl. gewinnen?
- 247) In 3 Tagen verdienen sich einige Arbeiter 5 fl. 21 Kr.; wie viel verdienen sie sich bei gleichem Verhältnisse in $25\frac{1}{2}$ Tagen?
- 248) 4 Schnitter schneiden in einem Tage 2 Schock 42 Garben; wie viel schneiden in gleicher Zeit 18 Schnitter?
- 249) In 7 Jahren 11 Monaten gewinnt man mit einer gewissen Einlage 470 fl. 15 Kr.; in welcher Zeit wird man mit derselben Einlage 336 fl. 36 Kr. gewinnen?
- 250) Ein Arbeiter verdient sich in 5 Tagen 7 fl. $12\frac{1}{2}$ Kr.; wie viel wird er sich bei gleicher Anstrengung und Bezahlung in 17 Tagen verdienen?
- 251) Wie viel Korn braucht eine Familie von 9 Personen in einer gewissen Zeit, da 5 Personen in derselben 3 Schffl. $4\frac{1}{2}$ Mtzn. brauchen?
- 252) Eine Eisenbahn legt in 3 Stunden 20 Minuten $28\frac{1}{2}$ Poststunden zurück; wie viel Poststunden wird sie bei gleicher Geschwindigkeit in 5 Stunden zurücklegen?

B. Aufgaben mit umgekehrten Verhältnissen.

Wir haben schon weiter oben die Regelbetr. in die gerade und in die umgekehrte eingetheilt. Bei der geraden schließen wir: Je mehr, desto mehr; je weniger, desto weniger. Bei der umgekehrten schließen wir aber: Je mehr, desto weniger; je weniger, desto mehr. Die Größen stehen also hier im umgekehrten Verhältnisse; d. h. wenn die eine GröÙe zunimmt, so nimmt die andere ab, oder wenn die eine abnimmt, so nimmt die andere zu. Ich will auf die wichtigsten, hieher gehörigen Fälle aufmerksam machen.

- 1) Man braucht zu einer Arbeit bei mehr Arbeitern weniger Zeit, bei weniger Arbeitern mehr Zeit: Drittel der Arbeiter — dreifache Zeit; dreifache Anzahl der Arbeiter — Drittel der Zeit.
- 2) Bei mehr Kraft zur Hervorbringung einer Wirkung braucht man weniger Zeit, und so umgekehrt. Doppelte Kraft — halbe Zeit, halbe Kraft doppelte Zeit.
- 3) Eine gewisse Menge von Lebensmitteln wird von mehr Menschen in kürzerer Zeit verzehrt, als von wenigen. Weniger Menschen oder Thiere reichen also längere Zeit mit aus, als viele. Dreifache Anzahl von Menschen oder Thieren — Drittel der Zeit; Drittel der Verzehrer — dreifache Zeit zum Verzehren.
- 4) Zum Messen einer bestimmten Länge hat man bei einem größeren Schub oder größerem anderen Maße eine kleinere Anzahl derselben nöthig, als bei einem kleineren und umgekehrt bei einer kürzeren Elle od. kleinerem Schub eine größere Anzahl derselben.

- 5) Bei höherem Getreidpreise erhält man für das nämliche Geld das Brod von leichterem Gewicht, als bei niedrigerem Getreidpreise, und so auch umgekehrt 2c.
- 6) Wenn man für eine gewisse Summe Geldes weniger Waare erhält, so steht diese in höherem Preise, als wenn man eine größere Menge der Waare erhält, und so auch umgekehrt.
- 7) Zum Zurücklegen eines Weges braucht man bei größerer Geschwindigkeit kürzere Zeit, bei weniger Geschwindigkeit aber länger.
- 8) Bei gleich großer Zahlung wird eine schwerere Fracht eine kürzere Strecke Wegs fortgeschafft, als eine leichtere, und umgekehrt eine leichtere Fracht eine längere Strecke Wegs.
- 9) Zu einem bestimmten Kleidungsstücke sind bei größerer Breite des Zeugs weniger Ellen nöthig, bei geringerer Breite mehr Ellen. Aus einer bestimmten Menge Garn verfertigt man bei bedeutenderer Breite weniger Ellen Zeug, als bei schmalere Zeuge.
- 10) Zu gleich viel Zinsen hat man bei größerem Zinsfuß ein geringeres Kapital nöthig, als bei geringerem Zinsfuß, und so auch umgekehrt.
- 11) Zur Erlangung gleich großer Zinsen in einer kurzen Zeit ist ein größeres Kapital nöthig, als zur Erlangung dieser Zinsen in einer längeren Zeit.
- 12) Je länger bei einem gewissen Flächenraum ein Rechteck ist, desto schmaler muß es auch sein, und so auch umgekehrt: doppelte Länge — Hälfte der Breite; Hälfte der Länge, doppelte Breite.

Wenn ich euch die Aufgabe gebe: 6 Pfd. kosten 12 fl.; was kostet 1 Pfd.? so sage ich nicht, daß jedes von den 6 Pfd. 12 fl. kostet, sondern daß die 6 Pfd. zusammen so viel kosten; daher schließt ihr: ein Pfd. kostet den 6ten Theil von 12 fl., also 2 fl. Wenn ich euch aber die Aufgabe gebe: 6 Arbeiter haben an einem Werke 12 Tage gearbeitet, so heißt dies: Jeder der 6 Arbeiter hat 12 Tage daran gearbeitet. Ihr könnet daher nicht schließen: ein Arbeiter könne dieses Werk im 6ten Theil der Zeit von 12 Tagen verrichten, sondern ihr müßet schließen: ein Arbeiter muß, da er das Geschäft von 6 Arbeitern allein verrichten soll, 6mal 12 Tage = 72 Tage daran arbeiten. Ihr seht hieraus wohl klar: Je weniger Arbeiter an einem Werk arbeiten, desto mehr Zeit brauchen sie; je mehr Arbeiter aber daran arbeiten, desto weniger Zeit brauchen sie.

K o p f r e c h n e n.

Beispiel: Wenn 6 Arbeiter zu einem Werke 9 Tage brauchen; wie lange brauchen zum nämlichen Werke 4 Arbeiter?

Berechn.: Wenn 6 Arbeiter 9 Tage dazu brauchen, so braucht 1 Arbeiter $6 \times 9 = 54$ Tage dazu. 4 Arbeiter haben aber nur den 4ten Theil von 54 Tagen, also $13\frac{1}{2}$ Tage zu thun.

- 253) Um eine Arbeit in 24 Tagen zu vollenden, sind 3 Tagelöhner nöthig; wie lange brauchen 9 Tagelöhner dazu?
- 254) Wie lange brauchen 8 Tagelöhner zu einer Arbeit, wenn zur Vollendung derselben a) 4, b) 5, c) 6 Tagelöhner 12 Tage nöthig sind?
- 255) Ein Werk wird von 10 Mann in 2 Tagen beendigt; wie lange haben a) 4 Mann, b) 3 Mann, c) 6 Mann daran zu thun?

- 256)** Ein Garten wird von 6 Menschen in 4 Tagen bestellt; wie lange würden a) 4 Menschen, b) 9 Menschen, c) 12 Menschen daran gearbeitet haben?
- 257)** 14 Arbeiter brauchen zur Herstellung eines Grabens 28 Tage; wie viel Arbeiter sind erforderlich, um den Graben a) in 7 Tagen, b) in 4 Tagen, c) in 2 Tagen zu vollenden?
- 258)** Gewisse Arbeiter arbeiten täglich 12 Stunden und werden in 20 Tagen fertig; wie viel Stunden müssen sie arbeiten, wenn sie in 16 Tagen fertig werden wollen? (Je weniger Tage, desto mehr Stunden.)
- 259)** Eine bestimmte Anzahl von Mädchen nähen täglich 14 Stunden und beenden ihre Arbeit in 10 Tagen; wie viel Stunden täglich müssen sie arbeiten, um a) in 14, b) in 12, c) in 9 Tagen fertig zu werden?
- 260)** 9 Personen haben auf 6 Monate Lebensmittel; wie lange werden a) 4, b) 10, c) 12 Personen davon leben können?
- 261)** 20 Menschen reichen mit bestimmten Lebensmitteln 9 Monate; wie lange würden damit a) 50, b) 16, c) 35 Menschen auskommen?
- 262)** 10 Pferde brauchen in 3 Wochen und 3 Tagen 20 Schffl. Haber; wie lange reichen damit: a) 6, b) 8, c) 16 Pferde?
- 263)** Eine Festung hat auf 6 Monate Vorrath für 1000 Mann; wie lange reicht man, wenn 500 Mann mehr kommen?
- 264)** Wenn man zu einem Mantel 8 bayerische Ellen Tuch nöthig hat, wie viel Bayreuther Ellen sind dazu nöthig, da $\frac{5}{4}$ nach der Bayreuther $\frac{4}{4}$ bayerische Ellen geben?
- 265)** Wenn der Scheffel Weizen 20 fl. kostet, muß die Kreuzersammel 5 Loth wiegen; wie viel muß sie wiegen, wenn der Scheffel Weizen a) 15 fl., b) 24 fl., c) 25 fl. kostet?
- 266)** Wenn der Scheffel Korn 10 fl. kostet, erhält man für eine gewisse Summe Geldes 12 Schffl.; wie viel Schffl. erhält man bei dem Preise von: a) 8 fl., b) 12 fl., c) 14 fl.?
- 267)** Ein Reisender, welcher täglich 4 Meilen zurücklegt, ist in 10 Tagen am Ziele seiner Reise; wie viel Meilen muß er täglich machen, wenn er sein Ziel: a) in 8 Tagen, b) in 6 Tagen, c) in 12 Tagen erreichen will?
- 268)** Ein Fuhrmann liefert für N. um eine bestimmte Summe 10 Ctr. Fracht 24 Stunden weit; wie viel Fracht darf N. aufladen, wenn bei gleicher Bezahlung dieselbe a) nur 8 Stunden, b) 12, c) 16 Stunden weit geliefert werden soll?
- 269)** Zu einem Kleide braucht man 4 Ellen $\frac{3}{4}$ Ellen breites Tuch, wie viel Ellen werden von $\frac{1}{4}$ breitem nöthig sein?
- 270)** 8 Personen haben auf 10 Monate Brod; wie lange werden: a) 3, b) 5, c) 7 Personen damit ausreichen?

- 271) 500 Mann Soldaten sind auf 6 Monate mit Proviant versehen; wie lange: a) 600, b) 1000, c) 1200 Mann?
- 272) Zu einem Kleide sind 12 Ellen $\frac{3}{4}$ Ellen breiter Zeug nöthig; wie viel Ellen: a) $\frac{4}{4}$, b) $\frac{5}{4}$, c) $\frac{6}{4}$ breiten Zeug würde man dazu brauchen?
- 273) Zur Zurücklegung eines Weges braucht Jemand 10 Tage, wenn er täglich 9 Stunden weit kommt; wie lange wird er dazu brauchen, wenn er täglich: a) 6, b) 10 Stunden weit geht?
- 274) 3 Maurer arbeiten an einer Gartenmauer 16 Tage; in wie viel Zeit würden 4 Maurer damit zu Stande gekommen sein?
- 275) Eine Arbeit wurde 4 Personen übergeben, und diese vollendeten sie in 10 Tagen; ein gleiches Stück Arbeit wurde in 8 Tagen vollendet; wie viel Personen haben daran gearbeitet?

Z i f f e r r e c h n e n.

1s Beispiel: 15 Arbeiter können in 16 Tagen ein Feld bearbeiten. wie viel Tage brauchen hiezu 12 Arbeiter?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

15 Arbeiter — 16 Tage

12 Arbeiter — ? „

15 Arbeiter — 16 Tage

1 Arbeiter — $15 \times 16 = 240$ Tage

12 Arbeiter — $12 : 240 = 20$ Tage.

Wenn 15 Arbeiter ein Feld in 16 T. bearbeiten, dann braucht 1 Arbeiter 15 mal so viel Zeit, also $15 \times 16 = 240$ Tage. 12 Arbtr. brauchen aber

nur den 12ten Theil von 240 Tagen, also 20 Tage.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{16 \times 15}{12} = 20 \text{ Tage.}$$

Frage: Wie viel Tage? Wenn 15 Arbeiter 16 Tage brauchen, so braucht 1 Arbeiter 15 mal so lang, also 15×16 Tage, 12 Arbeiter brauchen aber nur den 12. Theil der Zeit, die ein Arbeiter nöthig hat.

2s Beispiel: Wenn eine gewisse Summe unter 33 Personen ausgetheilt wird, so erhält jede $5\frac{1}{2}$ fl., wie viel wird aber jede Person bekommen, wenn noch 12 Personen mehr daran Theil nehmen?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

33 Personen — $5\frac{1}{2}$ fl.

45 Personen — ? „

33 Personen — $5\frac{1}{2}$ fl.

1 Person $33 \times 5\frac{1}{2} = 181\frac{1}{2}$ fl.

45 Personen — $45 : \frac{363}{2} = \frac{363}{90} = 4\frac{1}{30}$ fl. = 4 fl. 2 Kr.

Jede der 33 Personenerhält $5\frac{1}{2}$ fl.; wäre es aber nur 1 Person, so erhielte diese Alles, was die 33 Pers. bekommen, also $33 \times 5\frac{1}{2} = 181\frac{1}{2}$ fl. Sollennun aber diese $181\frac{1}{2}$ fl. unter 45 Pers. ausgetheilt werden, so bek. jede den 45. Theil von $181\frac{1}{2}$ etc.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{11 \times 33}{2 \times 45} = \frac{121}{30} = 4\frac{1}{30} \text{ fl.}$$

Frage: Wie viel fl.? Wenn jede von 33 Personen $\frac{1}{2}$ fl. erhält, so würde, falls nur 1 Person die ganze Summe erhielte, dieselbe $33 \times \frac{1}{2}$ fl. erhalten. Da diese Summe aber unter 12 Personen mehr, als 33, also unter 45 Personen vertheilt werden soll, so bekommt jede Person den 45. Theil von $33 \times \frac{1}{2}$ fl.

3s Beispiel: Aus einer Partie Garn kann der Weber 56 Ellen Leinwand liefern, wenn sie 7 Viertel breit ist. Man verlangt aber, dass dieselbe nur 6 Viertel breit sein soll; wie viel Ellen wird er nun liefern müssen?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

7 Viertel — 56 Ellen

6 Viertel — ? „

7 Viert. — 56 Ellen

1 „ — $7 \times 56 = 392$ Ell.

6 „ — $6: 392 = 65\frac{1}{3}$ Elln.

den 6. Theil von 392 Ellen, also $65\frac{1}{3}$ Ellen liefern.

Wenn die Leinwand $\frac{7}{4}$ breit sein soll, so liefert der Weber 56 Ellen. Wenn sie aber nur 1 Viertel breit sein sollte, so müsste er $7 \times 56 = 392$ Ellen liefern. Da sie aber 6 Viertel breit sein soll, so kann er nur

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

28

$$\frac{56 \times 7}{6} = 1\frac{2}{3} \times 6 = 65\frac{1}{3} \text{ Elln.}$$

Frage: Wie viel Ellen? Bei 7 Viertel breiter Leinwand liefert der Weber 56 Ellen; wenn dieselbe aber nur 1 Viertel Elle breit werden soll, kann er 7×56 Ellen liefern, bei 6 Viertel breiter Leinwand kann er aber nur den 6. Theil der obigen Anzahl der Ellen liefern.

4s Beispiel: Ein Schäfer kaufte 150 Schafe, das Stück zu 2 fl. 12 Kr. Es gingen ihm aber den Winter hindurch so viele davon zu Grunde, dass ihm nun das Stück von den übrig gebliebenen auf 3 fl. zu stehen kommt. Wie viel Schafe hatte er demnach noch?

Berechnung: 2 fl. 12 Kr. = $2\frac{1}{5}$ = $\frac{11}{5}$ fl.

a) Nach dem Zweisatze:

$\frac{11}{5}$ fl. — 150 Schafe

3 fl. — ?

$\frac{11}{5}$ fl. — 150 Schafe

$\frac{1}{5}$ fl. — $11 \times 150 = 1650$ Schafe.

$\frac{5}{5} = 1$ fl. — $5: 1650 = 330$ Schafe.

3 fl. — $3: 330 = 110$ Schafe.

= 1650 Schafe erhalten, für $\frac{2}{5}$ oder 1 fl., also den 5. Theil von

Wenn 1 Stück $\frac{11}{5}$ fl. kostet, so bekommt man für eine gewisse Summe 150 Schafe. Wenn 1 St. aber nur $\frac{1}{5}$ fl. kosten würde, also 11 mal weniger, so würde man um die nämliche Summe 11×150

1650 Schafen = 330 Schafe; von 3 fl. aber den 3. Theil von 330 Schafen = 110 Schafe.

Auf kürzere Weise: 2 fl. 12 Kr. = $\frac{11}{5}$ fl.; 3 fl. = $\frac{15}{5}$.

$\frac{11}{5}$ fl. — 150 Schafe

$\frac{15}{5}$ „ — ? „

$\frac{11}{5}$ „ — 150 Schafe

$\frac{1}{5}$ „ — $11 \times 150 = 1650$

$\frac{15}{5}$ „ — $15 : 1650 = 110$ Schafe.

Einer nähern Erklärung wird nach dem Vorausgegangen diese Abkürzung nicht bedürfen.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

10

30

150×11

Schafe? $\frac{5}{3} \times 3 = 110$ Sch.

Wenn jedes von 150 Schafen $\frac{11}{5}$ fl. kostet, so würden, falls 1 Schaf nur $\frac{1}{5}$ fl. kosten würde, für die nämliche Summe $\frac{11}{5} \times 150$ Schafe gekauft werden können. Da aber 1 Schaf auf 3 fl. nun zu stehen kommt, so kann nur der

3. Theil von $\frac{11}{5} \times 150$ Schafen vorhanden sein.

276) Ein Graben wurde bis zur Hälfte von 24 Arbeitern in 15 Tagen ausgegraben. Wenn man nun zum Ausgraben der zweiten Hälfte 6 Arbeiter mehr anstellt; in welcher Zeit wird diese vollendet sein?

277) Wie lange haben 7 Pflüge an einem Acker zu thun, über dem 10 Pflüge $15\frac{1}{2}$ Tag zu bringen?

278) Wie viel Männer können in $37\frac{1}{2}$ Tagen so viel verdienen, als 25 Männer in $62\frac{1}{2}$ Tagen?

279) Die tägliche Haberration für ein bayerisches Chevauxlegers-Pferd ist $\frac{1}{30}$ Schffl.; wie stark ist die tägliche Haberration für ein bayerisches Fuhrwesenpferd, da 60 Chevauxlegerspferde mit der nämlichen Quantität Hafer eben so lange reichen, als 40 Fuhrwesenspferde?

(Wenn von 60 Pferden, um mit einer gewissen Quantität Hafer auf eine bestimmte Zeit zu reichen, jedes täglich $\frac{1}{30}$ Schffl. erhält, so würde, wenn nur ein Pferd mit der ganzen Quantität in der bestimmten Zeit reichen sollte, dasselbe $60 \times \frac{1}{30} = \frac{60}{30} = 2$ Scheffel, täglich bekommen. Da aber 40 Pferde damit die festgesetzte Zeit reichen sollen, so bekommt ein jedes nur den 40. Theil von 2 Schffl.)

280) Aus einer Partie Garn kann der Weber 64 Ellen 6 Viertel breite Leinwand liefern; wie viele Ellen wird er liefern können, wenn dasselbe 7 Viertel breit sein soll?

281) Wenn 4 Mahlgänge zum Mahlen eines Vorraths Mehl $3\frac{1}{3}$ Tage brauchen; wie lange brauchen 3 solcher Gänge?

282) Das monatliche Beschlaggeld für Pferde der bayerischen Kavallerie beträgt bei der schweren 36 Kr., bei der leichten 30 Kr.

für das Pferd; für wie viel Pferde der schweren Kavallerie macht das monatliche Beschlaggeld eben so viel aus, als für 48 der leichten?

283) Wie weit können $18\frac{3}{4}$ Ctr. für dasselbe Geld gehen, für welches 25 Ctr. 50 Meilen weit gefahren werden?

284) Einer Kompagnie von 120 Mann Soldaten ist eine Belohnung zugedacht, so dass jeden Mann 8 fl. 24 Kr. trifft. Vor der Vertheilung vermindert sich der Stand der Compagnie um 12 Mann; wie viel erhält jetzt jeder Mann, wenn obige Belohnung ganz vertheilt wird?

285) Eine Festung ist auf $1\frac{1}{2}$ Jahre mit Lebensmitteln für 1000 Mann versehen; wie viel Mann müssen abmarschiren, wenn derselbe Vorrath auf 2 Jahre ausreichen soll?

286) Wenn man täglich $8\frac{3}{4}$ Stunden arbeitet, so wird man mit einer gewissen Arbeit in $14\frac{3}{5}$ Tagen fertig; wie lange muss man täglich arbeiten, wenn dieselbe in $12\frac{1}{2}$ Tagen fertig sein soll?

287) Mit $7\frac{1}{2}$ Ctr. Heu kann man auf eine gewisse Zeit 3 Pferde erhalten; wie viel Pferde könnte man eben so lang mit $22\frac{1}{2}$ Ctr. erhalten?

288) 25 Schneider fertigen die Kleidung für ein Regiment Soldaten in 4 Monaten 16 Tagen; wie lange würden daran: a) 12 Schneider, b) 30 Schneider gemacht haben?

289) 45 Wagen beendigen ihre Schuttfuhren in 18 Tagen; wie vieler Wagen bedarf es, um diese Arbeit: a) in 10, b) in 12, c) in 15 Tagen zu beendigen?

290) Bei einem Tischler ist eine Arbeit bestellt worden, die in 8 Tagen fertig sein soll. Da seine 4 Gesellen aber wenigstens 14 Tage dazu nöthig haben würden, so wird gefragt, wie viel derselbe noch annehmen muss, um das Bestellte in der bestimmten Zeit liefern zu können?

291) Wenn in 3 Tagen irgend ein Belagerungswerk durch 150 Mann zu Stande gebracht werden kann: wie viel Mann sind erforderlich, wenn dasselbe in 2 Tagen fertig werden soll?

292) Aus einem gewissen Stamme lassen sich 14 Blöcke schneiden, von welchen jeder 5 Fuss 3 Zoll lang ist. Wie viel Blöcke bekommt man aus dem nämlichen Stamm, wenn jeder nur 3 Fuss 6 Zoll lang ist, den Fuss zu 12 Zoll gerechnet?

293) 6 Arbeiter würden zu einer gewissen Arbeit 13 Tage brauchen; wie lange werden 8 Arbeiter bei dieser Arbeit zubringen?

294) Mit einem Vorrathe Korn würden 15 Personen $35\frac{1}{2}$ Wochen

- gereicht haben. Nun kommen aber unerwartet noch 3 Personen hinzu; wie lange wird der Vorrath nun reichen?
- 295) Wenn der Bote N. täglich 5 Meilen geht, so kommt er in 15 Tagen an das Ziel seiner Reise; wie lange wird er nur brauchen, wenn er täglich 6 Meilen zurücklegt?
- 296) Ein Bauer hat 6 Pferde und so viel Haber für dieselben, dass er damit 10 Wochen auskommen kann. Er verkauft aber 2 Pferde; wie viel Wochen wird er nun mit diesem Vorrathe auskommen?
- 297) Zu beiden Seiten einer Strasse sollen junge Bäume gepflanzt werden. Setzt man sie 10 Fuss von einander, so sind 2400 Stück erforderlich; man pflanzt sie aber 16 Fuss von einander; wie viel Bäumchen sind nun nothwendig?
- 298) Wenn der Scheffel Kornmehl 8 fl. kostet, so bekommt man für einen gewissen Preis 4 Pfd. Brod. Wie viel Pfd. wird man für einen gleichen Preis erhalten, wenn der Schffl. 12 fl. kostet?
- 299) Ein Mann, dessen Schritt $2\frac{1}{2}$ Fuss beträgt, braucht 20,000 Schritte, um von A. nach B. zu kommen. Wie viel Schritte braucht hiezu ein Unerwachsener, dessen Schritt nur $1\frac{3}{4}$ Fuss beträgt?
- 300) Eine Wiese giebt 18 Pferden auf 7 Wochen Futter; wie lange können 42 Pferde darauf ernährt werden?
- 301) Bei dem Kornpreis zu 12 fl. für den Scheffel soll ein Laib Brod 4 Pfd. schwer sein; wie schwer soll er sein, wenn der Scheffel Korn 10 fl. kostet?

C. Vermischte Aufgaben zur Wiederholung des Zweisatzes und Dreisatzes mit geraden und umgekehrten Verhältnissen.

- 302) Ein Kaufmann hat bei einem Tuchmacher für 548 fl. 137 Ellen Tuch erhalten; nun bestellt er vom nämlichen Tuche für 392 fl.; wie viel Ellen hat er hiefür zu erhalten?
- 303) Wie viele bayerische Thaler erhält man für 924 fl., wenn man für 12 fl. 5 bayerische Thaler erhält?
- 304) Was kosten 18 fl. 24 Loth, wenn 2 fl. 12 Kr. 2 pf. kosten?
- 305) 3 Ellen Leinwand kosten $52\frac{1}{2}$ Kr.; wie hoch kommen $45\frac{1}{3}$ Ellen?

- 306) $49\frac{1}{2}$ Ellen Halbtuch werden um $123\frac{3}{4}$ fl. bezahlt; wie hoch kommen hiernach $2\frac{1}{3}$ Ellen?
- 307) Wenn ich zu einem Kleide $7\frac{1}{2}$ Ellen 10 Viertel breites Tuch brauche; wie breit muss das Tuch sein, von dem ich $10\frac{1}{2}$ Ellen nöthig habe?
- 308) Ein Gutsbesitzer hatte 2500 Thlr. $25\frac{1}{2}$ Sgr. für Wolle eingenommen, und $3\frac{1}{5}$ Ctr. für 240 Thlr. verkauft; wie viel Ctr. sind zum Wollmarkt gebracht worden?
- 309) Ein Landwirth hat auf 20 Beeten $195\frac{3}{4}$ Metzen Kartoffel geerntet. Wenn er noch drei Felder, jedes zu 48 Beeten von der Grösse jener Beete, mit Kartoffeln bebaut hat; wie viel Metzen wird er a) von diesen, b) von allen geerntet haben?
- 310) 65 Arbeiter arbeiten an einer Strasse $125\frac{1}{2}$ Tage; wie lange würden: a) 90, b) 100 Arbeiter zu thun haben?
- 311) Was kosten $7\frac{1}{2}$ Loth, wenn 15 fl. 43 fl. 36 Kr. kosten?
- 312) Wie hoch kommen 4 fl. 8 Loth, wenn 2 fl. 28 Loth 17 Kr. 2 pf. kosten?
- 313) Durch eine von zwei Röhren wird ein Wasserbehälter in 3 Stunden 42 Minuten, durch die andere in 5 Stunden 36 Minuten gefüllt. Die erste Röhre liefert stündlich 43 Eimer 10 Mss.; wie viel liefert die zweite Röhre stündlich?
- 314) Wie hoch kommen 9 fl. 16 Loth Gusseisen, wenn 2 Pfund $10\frac{1}{2}$ Kr. kosten?
- 315) Wie viel Ellen erhält man für 3 fl. 45 Kr., wenn $5\frac{5}{8}$ Ellen 7 fl. 20 Kr. kosten?
- 316) In einer Festung ist für 1484 Mann auf 5 Monate 10 Tage Proviant; wie viel Mann würden mit demselben Proviant 7 Monate 15 Tage auskommen?
- 317) Ist eine Tapete $1\frac{1}{4}'$ breit, so hat man 24 Rollen zur Tapezierung eines Zimmers nöthig. Wie viel Rollen hat man nöthig, wenn die Tapete $1\frac{2}{3}'$ breit ist?
- 318) Was kosten $35\frac{1}{3}$ fl. , wenn $8\frac{1}{5}$ fl. $8\frac{3}{4}$ fl. kosten?
- 319) Eine Locomotive durchläuft in $6\frac{3}{4}$ Stunden eine Strecke von $32\frac{1}{2}$ Meilen; wie viel in $5\frac{1}{2}$ Stunden?
- 320) An 317 fl. gewinnt ein Kaufmann $23\frac{3}{4}$ fl.; wie viel an 519 fl. ?
- 321) Wenn eine gewisse Anzahl Maurer täglich $10\frac{3}{4}$ Stunden arbeitet, so wird eine Mauer in 31 Tagen fertig; in welcher Zeit wird die Mauer fertig werden, wenn täglich $11\frac{1}{2}$ Stunden gearbeitet wird?
- 322) Wie hoch kommen $7\frac{1}{2}$ fl. , wenn 45 fl. 23 fl. kosten?

- 323) 11 Arbeiter verdienen wöchentlich 41 fl. $7\frac{1}{2}$ Kr.; wie viel verdienen 19 Arbeiter in derselben Zeit?
- 324) Ein Schiffer fährt 100 Centner für eine gewisse Summe 12 Meilen weit; wie weit wird er unter gleichen Umständen für dasselbe Geld 30 Centner fahren?
- 325) Wenn man mit einem Gefässe von $1\frac{3}{5}$ Mass Inhalt schöpft, so wird ein Behälter durch 89maliges Schöpfen leer; wie oft-mal hat man mit einem Gefässe von $1\frac{1}{4}$ Mass zu schöpfen, wenn derselbe Wasserbehälter leer werden soll?
- 326) Es haben 150 Personen eine Summe Geldes in 48 Tagen verzehrt. In wie viel Zeit werden 120 Personen eben diese Summa bei gleicher Zehrung verbrauchen?
- 327) Wenn $42\frac{1}{2}$ fl. zu 158 fl. 40 Kr. angeschlagen werden, welches ist der Preis von $205\frac{5}{8}$ fl. ?
- 328) Von einer Waare kosten $\frac{7}{8}$ Ellen $\frac{7}{9}$ Thlr.; wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Ellen?
- 329) An einen gewissen Ort sind 100 Klaftern Holz von $3\frac{1}{4}$ Fuss Scheitlänge zu liefern. Da aber gegenwärtig kein anderes Holz, als von $3\frac{1}{2}$ Fuss Scheitlänge vorhanden ist, so wird gefragt: wie viel Klaftern von diesem letztern geliefert werden müssen?
- 330) Es kauft Jemand ein Fass Wein, welches 3 Eimer 20 Mass enthält, für 48 fl. 54 Kr.; wie hoch werden $2\frac{5}{6}$ Eimer vom nämlichen Weine kommen?
- 331) Ein Kaufmann verkauft $\frac{3}{4}$ fl. einer Waare um 48 Kr.; wie viel wird er aus $32\frac{3}{8}$ fl. lösen?
- 332) Wie viele Soldaten können in 720 Ellen Tuch montirt werden, wenn 9 Mann $16\frac{7}{8}$ Ellen brauchen?
- 333) Mit 4500 fl. hat man in 4 Jahren eine gewisse Summe gewonnen; in wie viel Zeit wird man bei gleichem Glücke mit 7200 fl. eben so viel gewinnen?
- 334) 5 Ellen Band wurden mit $12\frac{1}{2}$ Sgr. bezahlt; wie viel werden 2 Ellen kosten?
- 335) 3 fl. Kaffee zu 1 fl. 48 Kr.; wie hoch kommen 6 Centner $16\frac{1}{2}$ fl. ?
- 336) Eine Festung ist auf $\frac{1}{2}$ Jahr mit Lebensmitteln für 1000 Mann versehen; wie viele Mann müssen abmarschiren, wenn derselbe Vorrath auf $\frac{5}{4}$ Jahre ausreichen soll?

D. Probe über die Zwei- und Dreisatzrechnung.

Wenn man sich überzeugen will, ob eine Rechnungsaufgabe richtig berechnet sei, so kann dieses auf mancherlei Weise geschehen.

Man betrachte das gefundene Glied als ein gegebenes, und dagegen ein aus dem Bedingungs- oder auch aus dem Fragesatze willkürlich gewähltes als ein unbekanntes, und vollbringe die Berechnung aufs Neue. Kommt das als unbekannt angenommene Glied gerade so, wie es in der ersten Aufgabe enthalten war, so ist die Rechnung richtig, wenn nicht sowohl in der ersten als zweiten Berechnung falsche Schlüsse gemacht worden sind.

Beispiel: 4 Pfd. kosten 7 fl.; wie hoch kommen 35 Pfd.?

Berechnung: 4 ℥ 7 fl.

35 „ ?

4 „ 7 fl.

1 „ $4 : 7 = \frac{7}{4}$

35 „ $35 \times \frac{7}{4} = 2\frac{45}{4} = 61\frac{1}{4}$ fl.

Probe a) nach dem Zweisatze:

35 Pfd. k. $61\frac{1}{4} = 2\frac{45}{4}$ fl.; wie hoch kommen 4 Pfd.?

35 Pfd. $2\frac{45}{4}$ fl.

4 „ ?

35 $2\frac{45}{4}$

1 $35 : 2\frac{45}{4} = \frac{7}{4}$

4 $4 \times \frac{7}{4} = 7$ fl.

b) Nach dem Dreisatze:

7

245×4

fl. ? $4 \times 35 = 7$ fl.

Oder: Für $61\frac{1}{4} = 2\frac{45}{4}$ fl. erhält man 35 Pfd.; wie viel für 7 fl.?

a) Nach dem Zweisatze:

$2\frac{45}{4}$ fl. 35 ℥

7 fl. ? „

$2\frac{45}{4}$ fl. 35 „

$\frac{1}{4}$ $245 : 35 = \frac{35}{245} \frac{1}{7}$

$\frac{4}{4} = 1$ fl, $4 \times \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$

7 „ $7 \times \frac{4}{7} = 4$ ℥

b) Nach dem Dreisatze:

$35 \times 4 \times 7$

℥ ? 245 = 4 Pfd.

7

Oder: Für 7 fl. bekommt man 4 Pfd.; wie viel für $61\frac{1}{4} = 2\frac{45}{4}$ fl.?

a) Nach dem Zweisatze:

7 fl. 4 ℥

1 „ $7 : 4 = \frac{4}{7}$ ℥

$\frac{1}{4}$ „ $4 : \frac{4}{7} = \frac{1}{7}$ ℥

$2\frac{45}{4}$ „ $245 \times \frac{1}{7} = 2\frac{45}{7} = 35$ ℥

b) Nach dem Dreisatz:

35

4×245

℥ ? $7 \times 4 = 35$ ℥

Ich könnte noch einige Arten von Proben hier anführen; ich halte aber Angewöhnung an ein sicheres Rechnen für gerathener als alle Proben.

IV. Erweiterte oder zusammengesetzte Aufgaben aus dem Zwei- und Dreisake.

K o p f r e c h n e n.

Jede Aufgabe, die der zusammengesetzten Regeldetri angehört, muß mehr als zwei auf einander bezogene Größen enthalten. So z. B. ist die Aufgabe: „2 Arbeiter verdienen 12 fl.; wie viel verdienen 8 Arbeiter?“ eine einfache Regeldetriaufgabe; sie wird aber eine erweiterte, zusammengesetzte Regeldetriaufgabe, wenn ich sage: „2 Arbeiter verdienen in 2 Wochen 12 fl.; wie viel verdienen 8 Arbeiter in 6 Wochen?“

A. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Einheit auf die Mehrheit schließt.

18 Beispiel: 1 Tagelöhner verdient sich in 1 Tage 24 Kr.; was werden 5 Tagelöhner in 6 Tagen verdienen?

Wenn sich 1 Tagelöhner in 1 Tage 24 Kr. oder $\frac{2}{5}$ fl. verdient, so verdient er sich in 6 Tagen $6 \times \frac{2}{5}$ fl. = $\frac{12}{5}$ = $2\frac{2}{5}$ fl.; 5 Tagl. verdienen sich aber in 6 Tagen $5 \times 2\frac{2}{5}$ fl.; $5 \times 2 = 10$ fl., $5 \times \frac{2}{5} = \frac{10}{5} = 2$ fl.; 10 und 2 = 12 fl.

28 Beispiel: Wenn 1 Mann in 1 Tag 36 Kr. verdient; wie viel Mann werden nöthig sein, um in 10 Tagen 60 fl. zu verdienen?

Verdient sich 1 Mann in 1 Tag 36 Kr. = $\frac{3}{5}$ fl., so verdient er sich in 10 Tagen $10 \times \frac{3}{5}$ fl. = $\frac{30}{5}$ = 6 fl. Da 6 fl. der 10te Theil von 60 ist, so sind, um 60 fl. in 10 Tagen zu verdienen, 10 Mann nöthig.

38 Beispiel: Wenn 1 Mann in 1 Tag $\frac{1}{2}$ H Fleisch erhält, wie viel Tage würden 20 Mann mit 420 H ausreichen?

Wenn 1 Mann $\frac{1}{2}$ H in 1 Tag braucht, so hat er an 1 H 2 Tage, an 420 H daher $2 \times 420 = 840$ Tage. 20 Mann haben aber nur den 20. Theil von 840 Tagen daran = 42 Tage.

337) Jemand hatte 8 Arbeiter 9 Tage lang, und jeder hatte täglich 40 Kr.; wie viel muß er ihnen im Ganzen bezahlen?

338) 1 Mann verdiente sich in 1 Tage 20 Kr.; wie viele Mann werden in 12 Tagen 16 fl. verdienen?

339) Wenn 1 Mann in 1 Tag 2 H Brod braucht; wie viel brauchen 10 Mann in 15 Tagen?

340) Für einen Centner wird 1 Meile weit 3 Kr. Fracht gezahlt; wie viel für 20 Centner, wenn sie 50 Meilen weit gefahren werden?

341) Wenn 1 Mann täglich $1\frac{1}{2}$ fl. braucht, wie viel brauchen 8 Mann in 12 Tagen?

44 Zusammengesetzte Aufgaben aus d. Zwei- und Dreifache. — Kopfr.

- 342) Wenn 1 Ctr. die Meile weit fortzuschaffen 10 Kr. kostet; was kosten 12 Ctr. 15 Meilen weit?
- 343) Wie viel Fracht muß man für 10 Ctr. zahlen, wenn sie 20 Meilen weit gefahren werden sollen, wenn man für 1 Ctr., der 2 Meilen weit transportirt wird, 12 Kr. zahlt?
- 344) Ein Fuhrmann erhält für 1 Klasten Holz 1 Meile weit zu fahren 2 fl.; wie viel wird er für 4 Klasten erhalten, wenn sie 3 Meilen weit gefahren werden müssen?
- 345) Eine gewisse Arbeit wurde von 1 Mann, der täglich nur 1 Stunde arbeitet, in 480 Tagen fertig gemacht; in wie viel Tagen könnte diese Arbeit fertig geworden sein, wenn 8 Mann täglich 10 Stunden daran gearbeitet hätten?
- 346) Wenn 1 Ctr. 1 Stunde weit zu führen $6\frac{1}{4}$ Kr. kostet, wie viel kosten 20 Ctr. 12 Stunden weit zu fahren?
- 347) Wenn 1 Mann in 1 Tag $\frac{2}{5}$ fl. verdient, wie viel werden 5 Mann in 3 Tagen verdienen?
-

B. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Mehrheit auf die Einheit schließt.

Beispiel: 4 Personen verdienen sich in 2 Wochen 20 fl.; wie viel erhält da jede derselben wöchentlich?

Berechnung: Wenn 4 Personen in 2 Wochen 20 fl. verdienen, dann verdienen sie sich in 1 Woche die Hälfte von 20, also 10 fl., und jede derselben bekommt hievon den 4ten Theil, also $\frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}$ fl.

- 348) 2 Personen verdienen sich in 5 Wochen 36 fl.; wie viel bekommt jede davon wöchentlich?
- 349) 3 Personen verzehren in 4 Wochen 26 fl.; wie viel kommt auf jede wöchentlich?
- 350) 4 Kinder ersparten sich in 3 Jahren 72 fl.; wie viel kommt auf jedes Kind in einem Jahre?
- 351) 5 Arbeiter verdienen sich in 3 Tagen 31 fl.; wie viel kommt auf jeden täglich?
- 352) 5 Familien brauchen in 4 Jahren 104 B. Reis; wie viel braucht hiernach durchschnittlich 1 derselben in 1 Jahre?
- 353) 9 Arbeiter verdienen sich in 4 Tagen 27 fl.; wie viel erhält hievon jeder täglich?
- 354) Wie viel braucht 1 Mann täglich, wenn 4 Mann in 6 Tagen 16 fl. 48 Kr. zu ihrem Unterhalte brauchen?

355) Wie viel verdient sich 1 Arbeiter täglich, wenn 5 Arbeiter in 8 Tagen sich 35 fl. verdienen?

356) 6 Personen brauchen in 10 Tagen 90 fl.; wie viel braucht hiernach 1 Person täglich?

C. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit schließt.

18 Beispiel: 4 Mann verdienen in 5 Tagen 10 fl.; wie viel Mann verdienen in 10 Tagen 80 fl.?

Berechnung: Wenn 4 Mann in 5 Tagen 10 fl. verdienen, so verdienen sie in 1 Tage den 5ten Theil von 10, also 2 fl.; 1 Mann verdient aber in 1 Tage den 4ten Theil von 2 fl. $= \frac{2}{4}$ fl. $= \frac{1}{2}$ fl., in 10 Tagen daher $10 \times \frac{1}{2} = \frac{10}{2} = 5$ fl. Wenn nun in 10 Tagen 80 fl., das ist 16×5 fl. verdient werden sollen, so sind also auch 16 Mann dazu nöthig.

28 Beispiel: Wie viel verdienen 20 Mann in 8 Tagen, wenn 6 Mann in 5 Tagen 15 fl. verdienen?

Berechnung: Wenn 6 Mann in 5 Tagen 15 fl. verdienen, so verdienen 6 Mann in 1 Tag den 5. Theil von 15 $= 3$ fl., 1 M. aber täglich nur den 6. Theil von 3 $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ fl., in 8 Tagen aber $8 \times \frac{1}{2} = 4$ fl. 20 Mann verdienen daher in 8 Tagen $20 \times 4 = 80$ fl.

38 Beispiel: 3 Schnitter schneiden bei täglich 8stündiger Arbeit einen Acker in 2 Tagen; wie viel Tage werden 4 Schnitter bei täglich 9stündiger Arbeit dazu brauchen?

Berechnung: Wenn 3 Schnitter bei 8stündiger Arbeit 2 Tage brauchen, so brauchen sie bei täglich 1stünd. Arbeit $8 \times 2 = 16$ Tage, und wenn nur 1 Schnitter beschäftigt ist, so braucht er bei täglich einstündiger Arbeit $3 \times 16 = 48$ Tage. Bei 9stünd. Arbeit braucht er aber nur den 9. Theil von 48 T. $= \frac{48}{9}$ Tage; 4 Schn. aber nur den 4. Theil von $\frac{48}{9} = \frac{12}{9} = 1\frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$ Tage.

48 Beispiel: 3 Personen zahlen für 12 Meilen 9 fl. Postgeld; wie weit kommen 6 Personen mit 24 fl.?

Berechn.: Wenn 3 Personen für 9 fl. 12 Meilen weit kommen, so kommen sie mit 1 fl. den 9. Theil von 12 Meilen $= \frac{12}{9} = 1\frac{1}{3}$ Meile weit; 1 Person kommt aber für 1 fl. $3 \times 1\frac{1}{3} = 4$ Meilen weit, und für 24 fl. $24 \times 4 = 96$ Meilen weit. 6 Personen kommen aber mit dieser Summe nur den 6 Theil von 96 Meilen, also 16 Meilen weit.

- 357) 3 Arbeiter verdienen in 5 Tagen 10 fl.; wie viel verdienen 2 Arbeiter in 8 Tagen?
- 358) Wie viel verdienen 7 Arbeiter in 4 Tagen, wenn 6 Arbeiter in 8 Tagen 36 fl. verdienen?
- 359) 5 Arbeiter erhalten in 6 Tagen 24 fl., wieviel 4 Arbeiter in 10 Tagen?
- 360) 3 „ „ „ 2 „ 5 „ „ 6 „ „ 6 „ ?
- 361) 4 „ „ „ 3 „ $7\frac{1}{2}$ „ „ 6 „ „ 8 „ ?
- 362) 5 „ „ „ 5 „ $8\frac{1}{3}$ „ „ 4 „ „ 7 „ ?
- 363) 9 „ „ „ 4 „ 27 „ „ 3 „ „ 11 „ ?
- 364) 3 „ „ „ 5 „ $5\frac{1}{4}$ „ „ 9 „ „ 10 „ ?
- 365) 8 „ „ „ 6 „ $33\frac{3}{5}$ „ „ 5 „ „ 9 „ ?
- 366) 5 „ „ „ 6 „ 18 „ „ 4 „ „ 16 „ ?
- 367) 6 Pflüge bestellen in 4 Tagen 18 Tagwerk Land; wie viel werden 16 Pflüge in 6 Tagen bestellen?
- 368) Wenn 3 Pflüge in 9 Tagen $22\frac{1}{2}$ Morgen Feld umackern; wie viel werden dann 10 Pflüge in 9 Tagen umackern?
- 369) Wenn 6 Etr. 12 Meilen weit 3 fl. 36 Kr. Fuhrlohn kosten; wie viel beträgt das Fuhrlohn für 10 Etr. 48 Meilen weit?
- 370) Für das Fahren von 3 Klastern Holz aus einem $\frac{1}{4}$ Meile weiten Orte muß 1 fl. 30 Kr. bezahlt werden; wie viel Fuhrlohn muß man für 20 Klasten auf $1\frac{3}{4}$ Meilen Weite zahlen?
- 371) Jemand giebt für 5 Etr. 50 Meilen weit $12\frac{1}{2}$ fl. Fuhrlohn; wie viel muß er für 12 Etr. auf 24 Meilen geben?
- 372) Ein Raum war mit 60 Steinplatten belegt von 3 Schuh Länge und 2 Schuh Breite; nun soll er mit großen Platten von 4 Schuh Länge und 3 Schuh Breite neu belegt werden; wie viel solche Platten sind hiezu nöthig?
- 373) 6 Arbeiter werden bei täglich 10 stündiger Arbeit in 12 Tagen mit einem Werke fertig; wie viel Stunden täglich werden 9 Arbeiter in 8 Tagen dazu brauchen?
- 374) Wilhelm hat 10 Arbeiter, welche in 4 Tagen, wenn sie täglich 12 Stunden arbeiten, 45 fl. verdienen; wie viele Tage könnte er damit 4 Arbeiter bezahlen, wenn diese 8 Stunden arbeiten? (Die 45 fl. kommen hier nicht mit in Ansatz.)
- 375) 5 Arbeiter verrichten ein Werk bei täglich 10 stündiger Arbeit in 16 Tagen; wie viel Tage werden 8 Arbeiter bei täglich 9 stündiger Arbeit dazu brauchen?
- 376) Für 100 Mann Soldaten reicht ein Getreidevorrath auf 2 Jahre, wenn man täglich einen Mann 2 Pfund Brod giebt; wie viel Pfund Brod wird jeder Mann der Besatzung erhalten, wenn dieser Getreidevorrath nur für 40 Mann auf 4 Jahre bestimmt ist?

- 377) Wenn 3 Pfd. Garn 15 Ellen 4 Viertel breite Leinwand geben; wie viel Ellen 6 Viertel breite werden 9 Pfd. geben?
- 378) 60 Soldaten sollen in 10 Tagen mit Röcken neu gekleidet werden; wie viel Schneider werden dazu erforderlich sein, da in 3 Tagen 9 Röcke von 2 Schneidern fertig gemacht werden?
- 379) Für 6 fl. bekommt man 2 Ellen 8 Viertel breites Tuch; wie breit wird das Tuch sein müssen, wenn man für $20\frac{1}{4}$ fl. Tuch von gleicher Güte kauft?
- 380) 4 Pfd. Garn geben an 6 Viertel breiter Leinwand 12 Ellen; wie viel Ellen geben 12 Pfd. $\frac{4}{4}$ breite Leinwand?
- 381) Eine aus 4 Personen bestehende Familie braucht in 3 Tagen 15 Pfd. Brod; wie viel Personen werden in 4 Tagen 25 Pfd. brauchen?
- 382) $2\frac{1}{2}$ Ctr. werden von einem Fuhrmanne für 1 Thlr. 3 Meilen weit gefahren; wie weit werden 2 Ctr. für 6 Thaler gefahren?
- 383) 3 Pflüge bestellen in 4 Tagen 8 Morgen Land; wie viel werden 8 Pflüge in 6 Tagen bestellen?
- 384) 4 Pferde brauchen in 6 Tagen 3 Schffl. Haber; wie viel Haber verzehren 9 Pferde in 12 Tagen?
- 385) 2 Ctr. kosten auf 9 Meilen 2 fl. 42 Kr. ($\frac{27}{10}$ fl.); wie viel kosten 8 Ctr. auf 24 Meilen?
- 386) Wenn 3 Pflüge in 9 Tagen $22\frac{1}{2}$ Morgen umackern, wie viel werden alsdann 4 Pflüge in 12 Tagen umpflügen?
- 387) 8 Tuchmacher verfertigen in 2 Tagen 80 Ellen Tuch; wie viel Ellen werden 6 Tuchmacher in 4 Tagen weben?
- 388) Wenn 2 Träger auf 5 Gänge $7\frac{1}{2}$ Ctr. Waare fortschaffen, wie viel Last bringen 10 Träger auf 6 Gänge weg?
- 389) Eine Familie von 6 Personen braucht in 4 Tagen 28 Pfd. Brod; wie viel Pfd. wird eine Familie von 9 Personen in 7 Tagen brauchen?
- 390) Wenn 3 Weber in 5 Tagen 75 Ellen Leinwand weben, wie viel Tage weben 4 Weber an 240 Ellen?
- 391) 2 Ellen 9 Viertel breites Tuch kosten 6 fl., wie hoch kommen 5 Ellen $\frac{8}{4}$ breites Tuch von gleicher Güte?

Z i f f e r r e c h n e n .

A. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Einheit auf die Mehrheit schliesst.

Beispiel: 1 Arbeiter verdient in 1 Tag $52\frac{1}{2}$ Kr., was verdienen 16 Arbeiter in 24 Tagen?

Berechnung a) nach dem Zweisatze: $52\frac{1}{2}$ Kr. = $\frac{7}{8}$ fl.
1 Arbeiter 1 Tag $\frac{7}{8}$ fl. Wenn 1 Arbeiter in 1 Tag $\frac{7}{8}$ fl. verdient,
1 „ 24 „ $24 \times \frac{7}{8} = 21$ fl. so verd. er in
16 „ 24 „ $16 \times 21 = 336$ fl. in 24 Tagen $24 \times \frac{7}{8}$ fl. = 21 fl.; 16 Arbeiter verdienen aber in 24
Tagen $16 \times 21 = 336$ fl.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

Frage: Wie viel fl.? Wenn
1 Arbeiter $\frac{7}{8}$ fl. verdient, so verdienen 16 Arbeiter 16 mal so viel als 1 Arbeiter, und in 24 Tagen verdienen sie 24 mal so viel, als in 1 Tag.

$$\frac{7 \times 16 \times 24}{8} = 336 \text{ fl.}$$

392) Wenn 1 Mann in 1 Tag 24 Kr. verdient, wie viel werden 7 Mann in 9 Tagen verdienen?

393) Wie viel kann in einer Mühle mit 3 Gängen in 166 Tagen gemahlen werden, wenn in einer Mühle mit 1 Gang in 1 Tag $3\frac{1}{4}$ Schffl. fertig werden?

394) Jemand hatte 25 Arbeiter $8\frac{3}{4}$ Tage lang; wie viel musste er ihnen im Ganzen bezahlen, da jeder täglich 28 Kr. erhielt?

395) Was verdienen 32 Mann in 45 Tagen bei täglich 12 stündiger Arbeit zusammen, wenn ein jeder, der täglich 15 Stunden arbeitet, 36 Kr. Taglohn erhält?

396) Wenn 1 Mann in 1 Tag zu 12 Stunden 48 Kr. verdient; wie viele Stunden müssen 50 Mann für 750 fl. arbeiten, wenn sie in 15 Tagen fertig sein wollen?

397) In wie viel Tagen verdienen 18 Männer 302 fl. 24 Kr., wenn 1 Mann in 1 Tag 28 Kr. verdient?

398) Wie viel Männer verdienen in 24 Tagen 180 fl., wenn für 1 Mann täglich 18 Kr. gerechnet werden?

399) In 1 Tag pflügt ein Arbeiter 2 Tagwerk Land, wenn er täglich 8 Stunden arbeitet, wie viel Arbeiter gehören dazu, wenn sie in 8 Tagen 200 Tagwerk pflügen sollen?

400) 1 Tagwerk Feld giebt jährlich $8\frac{1}{3}$ Schock Getreide; wie viel geben $7\frac{1}{2}$ Tagwerk in 5 Jahren?

401) Wie viel Brod braucht eine Familie von 5 Personen in 9 Tagen, wenn für jede Person täglich $2\frac{1}{2}$ Pfd. gerechnet wird?

B. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Mehrheit auf die Einheit schliesst.

Beispiel: Wie viel Lohn kommt auf 1 Mann in 1 Tag, wenn 19 Mann in 18 Tagen 171 fl. Lohn erhalten?

Berechnung: Wenn 19 Mann in 18 Tagen 171 fl. erhalten, dann erhalten sie in 1 Tag den 18. Theil von 171 fl. $= 9\frac{1}{2}$ fl.; ein Mann erhält aber in 1 Tag den 19. Theil von $9\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{1}{2}$ fl.

Schriftliche Darlegung a) nach dem Zweisatze:

19 Mann	18 Tage	171 fl.
19 Mann	1 Tag	$18 : 171 = 9\frac{1}{2}$.
1 Mann	1 Tag	$19 : 9\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ fl.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$\frac{19}{171} \times \frac{18}{2} = \frac{1}{2} \text{ fl.}$	Wenn 19 Mann 171 fl. verdienen, so verdient ein Mann nur den 19. Theil von 171 fl., und wenn er noch dazu statt 18 Tage nur 1 Tag arbeitet, so erhält er nur den 18. Theil von diesem Verdienst.
--	---

402) Wie viel bezahlt man für 1 Centner Fracht auf 1 Meile weit, wenn man für 22 Ctr. $15\frac{3}{4}$ Meilen weit 86 fl. $37\frac{1}{2}$ Kr. bezahlt?

403) Was verdient ein Mann täglich, wenn 12 Männer in $12\frac{1}{2}$ Tagen 90 fl. verdienen?

404) Für 48 Ctr. zahlt man 12 Meilen weit 153 fl. 36 Kr. Fracht, wie viel Kr. kommt hiernach auf 1 Ctr., wenn derselbe nur 1 Meile weit gefahren wird?

405) 4 Weber weben in $4\frac{1}{2}$ Tagen 144 Ellen; wie viel webt hiernach 1 Weber in 1 Tag?

406) Auf einem Gute wurden in einem Jahre 379 Ctr. 68 Pfd. Heu in 21 Kühe gefüttert; wie viel Pfd. kommen da durchschnittlich in 1 Woche auf 1 Kuh?

407) Wie viel erhält ein Strassenarbeiter an 1 Tag, wenn 58 Arbeiter in 78 Tagen 980 Thlr. 6 Ngr. erhalten?

408) Zu einem Damme haben 20 Wagen 8 Tage lang Schutt gefahren, und in dieser Zeit 1920 Fuder herbeigeschafft. Wenn ein Wagen gerade so oft fuhr, als der andere, wie viel Fuder hat dann jeder Wagen in einem Tage herbeigeschafft?

409) Wie viel kostet 1 Ctr. 1 Stunde weit zu fahren, da 18 Ctr. 24 Stunden weit zu fahren 45 fl. kosten?

410) 8 Mann verdienen in 9 Tagen $24\frac{1}{3}$ fl.; wie viel verdient hiernach 1 Mann in 1 Stunde?

411) Eine gewisse Arbeit wurde in 20 Tagen, nachdem 6 Mann

täglich 8 Stunden daran gearbeitet hatten, fertig; in wie viel Tagen würde diese Arbeit fertig geworden sein, wenn nur 1 Mann täglich nur 1 Stunde daran gearbeitet hätte?

412) Ein Fuhrmann fährt um 48 fl. 36 Ctr. 24 Stunden weit; wie weit wird man hiernach 1 Ctr. für 1 fl. fahren?

C. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit schliesst.

1) Arbeiter, Zeit und Verdienst.

1s Beispiel: Wenn 12 Mann in 10 Tagen 60 fl. verdienen, was verdienen 40 Mann in 8 Tagen?

Berechnung: a) nach dem Zweisatze:

12 M.	10 T.	60 fl.		Wenn 12 M. in 10 Tagen
12 „	1 „	$10 : 60 = 6 \text{ fl.}$		60 fl. verdienen, so verdienen sie in 1 Tg. den 10. Th. von 60 fl. = 6 fl.; 1 M. verdient aber in 1 Tg. den 12. Theil von 6 fl. = $\frac{1}{2}$ fl., in 8
1 „	1 „	$12 : 6 = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ fl.}$		
1 „	8 „	$8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ fl.}$		
40 „	8 „	$40 \times 4 = 160 \text{ fl.}$		

Tagen verdient er aber $\frac{8}{2} = 4 \text{ fl.}$; 40 Mann verdienen daher $40 \times 4 = 160 \text{ fl.}$

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$\frac{5}{60} \times 40 \times \frac{4}{8}$	$= 160 \text{ fl.}$	Wenn 12 Mann 60 fl. verdienen, verdient 1 Mann den 12ten Theil, 40 Mann verdienen aber 40mal so viel, als 1 M. Wenn in 10 Tagen eine gewisse Summe verdient wird, so kommt auf 1 Tag nur der 10te Theil hievon, auf 8 Tage kommt aber 8mal so viel, als auf 1 Tag.
---	---------------------	--

2s Beispiel: In wie viel Tagen verdienen 16 Mann, die täglich 10 Stunden arbeiten, bei 24 Kr. Taglohn, eben so viel, als 20 Mann, die täglich 12 Stunden arbeiten, bei 18 Kr. Taglohn in 8 Tagen?

Berechnung:

20 M.	—	18 Kr.	Tgl.	—	12 Std.	—	8 Tg.
16 „	—	24 „	„	—	10 „	—	?
20 „	—	18 „	„	—	12 „	—	8 „
20 „	—	18 „	„	—	1 „	—	$12 \times 8 = 96 \text{ Tg.}$
20 „	—	1 „	„	—	1 „	—	$18 \times 96 = 1728 \text{ Tg.}$
1 „	—	1 „	„	—	1 „	—	$20 \times 1728 = 34560 \text{ Tg.}$
1 „	—	1 „	„	—	10 „	—	$10 : 34560 = 3456 \text{ Tg.}$
1 „	—	24 „	„	—	10 „	—	$24 : 3456 = 144 \text{ Tg.}$
16 „	—	24 „	„	—	10 „	—	$16 : 144 = 9 \text{ Tage.}$

Wenn 20 Mann bei 18 Kr. Taglohn und 12stündiger Arbeit 8 Tage brauchen, so brauchen sie bei 1stünd. Arbeit $12 \times 8 \text{ Tg.} = 96 \text{ Tg.}$, bei 1 Kr. Tgl. und 1stünd. Arbeit $18 \times 96 = 1728 \text{ Tg.}$ 1 M. braucht aber bei 1 Kr. Tagl. und täglich 1stünd. Arbeit $20 \times 1728 = 34560 \text{ Tg.}$, bei 10stünd. Arbeit. den 10. Theil von $34560 = 3456 \text{ Tg.}$, bei 24 Kr. Verdienst und tägl. 10stünd. Arbeit den 24. Theil von $3456 = 144 \text{ Tg.}$; 16 M. brauchen daher bei 24 Kr. Tgl. und täglich 10stünd. Arbeit den 16ten Theil von 144 Tagen $= 9 \text{ Tage.}$

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\begin{array}{r} 8 \times 20 \times 12 \times 18 \\ \hline \text{Tage?} \quad 16 \times 10 \times 24 \\ \quad \quad \quad 2 \quad \quad \quad 2 \end{array} = 9 \text{ Tage.}$$

Frage: Wie viel Tage?
Wenn 20 Mann 8 Tage brauchen, br. 1 Mann $20 \times 8 \text{ Tage}$, 16 M. brauchen aber nur den 16ten Theil dieser Tage; bei

1stündiger Arbeit brauchen sie 12mal so lang, als bei 12stündiger, bei 10stündiger nur den 10. Theil so viel Tage, als bei 1stündiger; bei 1 Kr. Taglohn brauchen sie zur Erzielung eines gewissen Verdienstes 18mal so lang, als bei 18 Kr. Taglohn, bei 24 Kr. Taglohn aber nur den 24sten Theil der Zeit, die bei 1 Kr. Taglohn erforderlich ist.

3s Beispiel: Wenn 9 Arbeiter in 11 Tagen bei täglich 16stündiger Arbeit 211 fl. 12 Kr. verdienen; wie viel Stunden müssen 27 Arbeiter 12 Tage lang des Tags arbeiten, um 475 fl. 12 Kr. zu verdienen?

Vorbereitende Rechnung: $211 \text{ fl. } 12 \text{ Kr.} = 211\frac{1}{5} \text{ fl.} = 1056 \text{ fl.}$; $475 \text{ fl. } 12 \text{ Kr.} = 2376 \text{ fl.}$

a) Nach dem Zweisatze:

1056 fl.	—	9 Arb.	—	11 Tg.	—	16 St.
2376 „	—	27 „	—	12 „	—	?
1056 „	—	9 „	—	11 „	—	16 St.
1056 „	—	9 „	—	1 „	—	$11 \times 16 = 176 \text{ St.}$
1056 „	—	1 „	—	1 „	—	$9 \times 176 = 1584 \text{ St.}$
$\frac{1}{5} \text{ „}$	—	1 „	—	1 „	—	$1056 : 1584 = 1\frac{528}{1056} = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ St.}$
$\frac{1}{5} \text{ „}$	—	1 „	—	12 „	—	$12 : \frac{3}{2} = \frac{24}{3} = 8 \text{ St.}$
$\frac{1}{5} \text{ „}$	—	27 „	—	12 „	—	$27 : 8 = \frac{27}{8} \text{ St.}$
2376 „	—	27 „	—	12 „	—	$2376 \times \frac{1}{216} = \frac{2376}{216} = 11 \text{ St.}$

Wenn zu einem Verdienst von 1056 fl. 9 Arbeiter 11 Tage täglich 16 Stunden arbeiten müssen, so beträgt dies für die 11 Tage $11 \times 16 \text{ St.} = 176 \text{ St.}$; 1 Arb. braucht daher $9 \times 176 \text{ St.} = 1584 \text{ Stdn.}$ Um aber nur $\frac{1}{5} \text{ fl.}$ zu verdienen, hat 1 Arb. täglich nur den 1056sten Theil von 1584 St. nöthig $= 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ St.}$ Diese $\frac{3}{2} \text{ St.}$ in 12 Tage

vertheilt, kommt auf den Tag nur der 12. Theil von $\frac{3}{4} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ St. 27 Arb. haben in 12 Tg. nur den 27. Theil von $\frac{1}{8} = \frac{1}{216}$ St. zu $\frac{1}{5}$ fl. Verdienst nöthig. Zu $2\frac{3}{5}$ fl. aber haben sie $2376 \times \frac{1}{216}$ Stdn. = 11 Stunden nöthig.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\begin{array}{r} 11 \\ 132 \\ 792 \\ 2 \\ 16 \times 9 \times 11 \times 2376 \times 5 \\ \hline \text{Stunden?} \quad 27 \times 12 \times 5 \times 1056 \\ 3 \end{array} = 11 \text{ Stdn.}$$

Frage: Wie viel Stunden? Wenn 9 Arb. 16 St. brauchen, so br. 1 Arb. 9×16 St., 27 Arb. brauchen aber den 27. Th. der St., die 1 Arb. br.; in 1 Tg. braucht man 11mal so viel Stunden, als an jedem

von 11 Tagen, in 12 Tg. braucht man aber nur täglich den 12. Th. der Stunden, die an 1 Tage erforderlich sind. Um 1 fl. zu verdienen, braucht man nur $1\frac{0}{5}$ der Stunden, die man zum Verdienste von $1\frac{0}{5}$ fl. nöthig hat; um aber $2\frac{3}{5}$ fl. zu verdienen, muss man $2\frac{3}{5}$ mal so viel Stunden arbeiten, als um 1 fl. Verdienst.

413) 16 Mann verdienen in 9 Tagen $48\frac{2}{3}$ fl.; wie viel werden 20 Mann in 3 Tagen verdienen?

414) Wie viel Lohn werden 7 Arbeiter in 12 Tagen bekommen, wenn in 7 Tagen 3 gleich starke Arbeiter 8 fl. 45 Kr. bekommen?

415) 5 Arbeiter erhalten in 5 Tagen 5 Thlr. 25 Neugr. Lohn; was verdient 1 Arbeiter in $2\frac{1}{2}$ Tagen?

416) In einer Festung liegen 4200 Mann; davon erhält jeder täglich 10 Kr. Löhnung. Zur Ausbezahlung derselben reicht der Geldvorrath 14 Monate. Wie lange wird derselbe Geldvorrath ausreichen, wenn jeder Mann der Anstrengung wegen täglich 4 Kr. Zulage erhält?

417) Wie viele Stunden müssen 24 Mann bei 18 Kr. Taglohn arbeiten, wenn sie in 15 Tagen eben so viel verdienen sollen, als 10 Mann in 18 Tagen bei 12stündiger Arbeit und 33 Kr. Taglohn?

418) Wenn 7 Mann in 9 Tagen 50 fl. 24 Kr. verdienen; wie viel werden 5 Mann in 3 Tagen verdienen?

419) Wenn 6 Mann in 8 Tagen, jeden Tag 11 Stunden arbeitend, 17 fl. 36 Kr. verdienen; wie viel werden 2 Mann in 5 Tagen, jeden Tag 10 Stunden arbeitend, verdienen?

420) Ein Mann arbeitete 30 Tage und jeden Tag 11 Stunden. Wenn man nun für 2 Tage zu 10 Stunden 1 fl. 12 Kr. Lohn giebt, wie viel hat derselbe verdient?

- 421) Wie viel Mann können in 2 Tagen $4\frac{1}{2}$ fl. verdienen, wenn 4 Mann in 6 Tagen 18 fl. verdienen?
- 422) Wie lange müssen 12 Arbeiter, von denen jeder täglich 30 Kr. verdient, arbeiten, bis sie eben so viel verdienen, wie 10 Arbeiter in 36 Tagen, wenn jeder 24 Kr. Taglohn erhält?
- 423) Ein Mann hat 20 Arbeiter, welche in 6 Tagen, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten, 64 fl. verdienen; wie viel Tage könnte er damit 5 Arbeiter bezahlen, wenn diese täglich 8 Stunden arbeiten?
- 424) In wie viel Tagen verdienen 10 Personen 101 fl. 20 Kr., wenn 8 Personen in 5 Tagen 53 fl. 20 Kr. verdienen?
- 425) Wie lange müssen 24 Mann für 432 fl. arbeiten, wenn 4 Mann in $7\frac{1}{2}$ Tagen 36 fl. verdienen?
- 426) Wenn 4 Arbeiter in 6 Wochen 48 Thlr. Lohn erhalten; was werden 16 Arbeiter in 9 Wochen verdienen?
- 427) Wenn 4 Notenschreiber in 6 Tagen 16 Thlr. für ihre Abschriften erhalten: wie viel werden 7 Notenschreiber bei gleicher Schnelligkeit in 9 Tagen verdienen?

2) Arbeiter, Arbeit und Zeit.

Is Beispiel: Wenn 24 Mann in 20 Tagen, täglich 10 Stunden arbeitend, 100 Klaftern Holz machen können; wie viel Mann können in 15 Tagen, täglich 8 Stunden arbeitend, 90 Klaftern machen?

Berechnung: a) nach dem Zweisatze:

20 Tg.	10 St.	100 Kl.	24 M.
15 „	8 „	90 „	? „
20 „	10 „	100 „	24 „
1 „	10 „	100 „	$20 \times 24 = 480$
1 „	1 „	100 „	$10 \times 480 = 4800$
1 „	1 „	1 „	$100 : 4800 = 48$
15 „	1 „	1 „	$15 : 48 = \frac{48}{15} = \frac{16}{5}$
15 „	8 „	1 „	$8 : \frac{16}{5} = \frac{2}{5}$
15 „	8 „	90 „	$90 \times \frac{2}{5} = \frac{180}{5} = 36 \text{ M.}$

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{3}{24} \times \frac{2}{20} \times \frac{6}{10} \times \frac{90}{90} = 36 \text{ Mann.}$$

Frage: Wie viel Mann?
 Wenn in 20 Tagen 24 M. erforderlich werden, dann sind in 1 Tg. $20 \times 24 \text{ M.}$ nöthig, in 15 Tagen aber nur der 15te Theil, der in 1 Tage erforderlich ist; bei 1stündiger

Arbeit sind 10mal so viel Mann erforderlich, als bei 10stündiger, bei 8stündiger aber nur der 8te Theil der Männer, die man bei 1stündiger braucht. Um 1 Klafter Holz zu machen, ist nur der 100. Theil der Männer nöthig, die zum Spalten von 100 Klaftern erforderlich sind; um 90 Klaftern aber zu machen, braucht man 90mal so viel Mann, als zum Machen einer Klafter.

2s Beispiel: 18 Weber können in 24 Tagen bei täglich 12 stündiger Arbeit 120 Ellen 3 Achtel breites Tuch machen; wie viele Ellen 3 Viertel breites Tuch werden 40 Weber in $75\frac{3}{5}$ Tagen bei täglich 16stündiger Arbeit fertigen?

Vorbereitende Rechnung: $75\frac{3}{5} = 3\frac{7}{5}$ Tage. 3 Viert. = 6 Achtel.

a) Nach dem Zweisatze:

18 W.	24 T.	12 St.	3 Acht.	120 Elln.	
40 W.	$3\frac{7}{5}$ T.	16 St.	6 Acht.	?	„
18 „	24 „	12 „	3 „	120 „	
1 „	24 „	12 „	3 „	$18 : 120 = \frac{120}{18}$	$\frac{20}{3}$
1 „	1 „	12 „	3 „	$24 : \frac{20}{3} = \frac{20}{72}$	$\frac{5}{18}$
1 „	1 „	1 „	3 „	$12 : \frac{5}{18} = \frac{5}{216}$	
1 „	1 „	1 „	1 „	$3 \times \frac{5}{216} = \frac{15}{216}$	$= \frac{5}{72}$
40 „	1 „	1 „	1 „	$40 \times \frac{5}{72} = \frac{200}{72}$	
40 „	$\frac{1}{5}$ „	1 „	1 „	$5 : \frac{200}{72} = \frac{40}{72}$	$\frac{5}{9}$
40 „	$3\frac{7}{5}$ „	1 „	1 „	$378 \times \frac{5}{9} = \frac{1890}{9}$	$= 210$
40 „	$3\frac{7}{5}$ „	16 „	1 „	$16 \times 210 = 3360$	
40 „	$3\frac{7}{5}$ „	16 „	6 „	$6 : 3360 = 560$	Ellen.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{2}{10} \times \frac{5}{40} \times \frac{7}{42} \times \frac{120}{18} \times \frac{24}{9} \times \frac{3}{8} = 560 \text{ Ellen.}$$

Frage: Wie viel Ellen? Wenn 18 Weber 120 Ellen weben, so webt 1 Weber den 18. Theil, 40 Weber bringen aber 40 mal so viel zusammen, als 1 Weber; in 1 Tag bringt man nur den 24. Theil der Ellen zusammen, die man in 24 Tagen webt, in $75\frac{3}{5} = 3\frac{7}{5}$ Tagen bringt man aber $3\frac{7}{5}$ mal so viel Ellen zusammen, als in 1 Tag; bei 1 stündiger Arbeit kann man nur den 12. Theil der Ellen weben, die man bei 12 stündiger Arbeit fertig bringt, bei 16 stündiger Arbeit kann man aber 16 mal so viel fertigen, als bei 1 stündiger; ist die Elle Leinwand nur $\frac{1}{8}$ breit, so kann man 3 mal so viel zusammenbringen, als bei einer Breite von 3 Achteln; bei 3 Viertel oder 6 Achtel breiter Leinwand kann man nur den 6. Theil der 6 mal breiteren Leinwand fertig bringen.

3s Beispiel: Es haben 14 Arbeiter in 4 Wochen bei täglich 8 stündiger Arbeit einen Graben 120 Fuss lang, 6' breit, und $3\frac{1}{2}'$ tief gegraben. Nun soll ein anderer Graben gezogen werden, 315' lang, 9' breit und $4\frac{1}{2}'$ tief, der in 12 Wochen fertig sein soll. Wie viele Arbeiter sind bei täglich 9 stündiger Arbeit dazu erforderlich?

Vorbereitende Rechnung: $3\frac{1}{2}' = \frac{7}{2}'$; $4\frac{1}{2}' = \frac{9}{2}$ Fuss.

a) Nach dem Zweisatze:

F. l.	F. breit	tief	Woch.	St.	Arb.
120	6	$\frac{7}{2}$	4	8	14
315	9	$\frac{9}{2}$	12	9	?
120	6	$\frac{7}{2}$	4	8	14
1	6	$\frac{7}{2}$	4	8	$120 : 14 = \frac{14}{120} = \frac{7}{60}$
1	1	$\frac{7}{2}$	4	8	$6 : \frac{7}{60} = \frac{360}{7}$
1	1	$\frac{1}{2}$	4	8	$7 : \frac{360}{7} = \frac{1}{360}$
1	1	$\frac{1}{2}$	1	8	$4 \times \frac{1}{360} = \frac{4}{360} = \frac{1}{90}$
1	1	$\frac{1}{2}$	1	1	$8 \times \frac{1}{90} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$
315	1	$\frac{1}{2}$	1	1	$315 \times \frac{4}{45} = \frac{1260}{45} = 28$
315	9	$\frac{1}{2}$	1	1	$9 \times 28 = 252$
315	9	$\frac{9}{2}$	1	1	$9 \times 252 = 2268$
315	9	$\frac{9}{2}$	12	1	$12 : 2268 = 189$
315	9	$\frac{9}{2}$	12	9	$9 : 189 = 21 \text{ Arbeiter.}$

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{14 \times 4 \times 8 \times 315 \times 9 \times 2 \times 9}{12 \times 9 \times 120 \times 6 \times 7 \times 2} = 21 \text{ Arbeiter.}$$

$\frac{7}{2}$ 21 3
 $\frac{63}{2}$

Wenn 14 Arbeiter 4 Wochen zu einem Graben brauchen, so braucht man in 1 Woche 4×14 Arbeiter, in 12 Wochen braucht man aber nur den 12. Theil der Arbeiter, die in einer Woche erforderlich sind. Bei einstündiger Arbeit sind 8mal so viel Arbeiter nöthig, als bei 8stündiger, bei 9stündiger aber nur der 9te Theil der Arbeiter, die bei einstündiger Arbeit erforderlich sind. Zu einer Grube, die nur 1' lang, 1' br. und 1' tief ist, braucht man nur den $120 \times 6 \times \frac{7}{2}$ Theil der Arbeiter, die man zu 1 Graben braucht, der 120' lang, 6' breit und $\frac{7}{2}'$ tief ist; bei einem andern Graben aber, der 315' lang, 9' breit und $\frac{9}{2}'$ tief ist, braucht man $315 \times 9 \times \frac{9}{2}$ mal so viel Arbeiter, als zu einer Grube von 1Fuss Länge, 1' Breite und 1' Tiefe.

- 428) 4 Weber weben in $4\frac{1}{2}$ Tagen 144 Ellen; wie viel werden 10 Weber in $32\frac{2}{3}$ Tagen fertig bringen?
- 429) 4 Weber weben in 5 Tagen 150 Ellen, wie viel Zeit werden dann 8 Weber zu 1050 Ellen nöthig haben?
- 430) 10 Knaben schreiben in 15 Wochen 140 Bogen voll; wie viel Papier brauchen nach diesem Verhältnisse 125 Knaben in 50 Wochen?
- 431) Mit 4 Pferden werden in 4 Tagen 11 Tagw. Feld bestellt, wie viel Tagwerk können mit 7 Pferden in 30 Tagen bestellt werden?
- 432) 2 Schuhmacher fertigen in $6\frac{1}{2}$ Wochen 40 Paar Schuhe; wie viel Paar Schuhe werden dann 26 Schuhmacher in $4\frac{3}{4}$ Wochen fertigen?
- 433) Wenn 95 Bogen Noten von 4 Notenschreibern in 7 Tagen geliefert werden; wie viel Bogen können dann bei gleichem Fleisse in 14 Tagen 16 Notenschreiber liefern?
- 434) 16 Arbeiter haben bei täglich 9 stündiger Arbeit in 6 Wochen 420 Ruthen Steine klein geschlagen. Nun werden 32 Arbeiter angestellt, die 12 Wochen hindurch täglich 10 Stunden lang Steine schlagen sollen. Wie viel Ruthen werden diese klein schlagen?
- 435) Wie viel Setzer sind in einer Buchdruckerei erforderlich, um in 4 Monaten (zu 30 Tagen) bei täglich 9 stündiger Arbeit 1728 Bogen zu setzen; wenn 6 Setzer in 7 Tagen bei 10 stündiger Arbeitszeit 84 Bogen setzen?
- 436) Wenn das Pfd. Garn $3\frac{7}{8}$ Ellen 6 Viertel breites Tuch giebt; wie viel Pfund von dem nämlichen Garn muss man zu $232\frac{1}{4}$ Ellen 7 Viertel Ellen breitem Tuch haben?
- 437) Wenn 3 Mäher 6 Morgen in 2 Tagen mähen, wie viel Mäher werden erfordert, um 30 Morgen in 3 Tagen abzumähen?
- 438) 20 Männer können bei täglich 10 stündiger Arbeit in 36 Tagen eine Schanze aufwerfen; wie viel Stunden müssen 30 Männer täglich arbeiten, um diese Schanze in 16 Tagen zu vollenden?
- 439) Von 15 Arbeitern sind in 5 Wochen 200 Klafter Holz geschlagen worden, indem sie wöchentlich 4 Tage und täglich 8 Stunden gearbeitet haben. Nun will man zur Abschlagung eines andern Holzes 32 Arbeiter auf 7 Wochen annehmen, die wöchentlich 6 Tage und täglich 2 Stunden mehr als die ersten arbeiten sollen. Wie viele Klaftern werden sie in dieser Zeit fällen?

440) 12 Schreiber, welche 9 Tage und jeden Tag 10 Stunden schreiben, brauchen 19 Buch Papier; in wie viel Tagen werden 30 Schreiber, die täglich 8 Stunden schreiben, $37\frac{2}{3}$ Buch Papier verbrauchen?

441) 8 Weber, die jede Woche 6 Tage und täglich 7 Stunden arbeiten, bringen in 5 Wochen 126 Stück $\frac{5}{4}$ Viertel breite Leinwand zu Stande; wie breit muss die Leinwand werden, wenn 10 Weber in 7 Wochen zu 3 Tagen bei täglich 8 stündiger Arbeit 90 Stücke von gleicher Länge verfertigen?

442) Wenn 4 Schuhmacher in $6\frac{1}{2}$ Wochen 80 Paar Schuhe fertig bringen; wie viele Schuhmacher sind dann nöthig, um 2000 Paar Schuhe in 10 Wochen fertig zu bringen?

3) Lebensmittel, Verzehrer, Zeit und Verbrauch.

1s Beispiel: 15 Pferde reichen mit einem Vorrathe Haber 20 Tage, wenn täglich jedes 16 Mass bekommt; wie lange werden mit diesem Vorrathe 12 Pferde reichen, wenn jedem täglich nur 15 Mass gegeben werden?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

15 Pf. 16 M. 20 Tg.

12 „ 15 „ ? „

15 „ 16 „ 20 „

1 „ 16 „ $15 \times 20 = 300$

1 „ 1 „ $16 \times 300 = 4800$

12 „ 1 „ $12 : 4800 = 400$

12 „ 15 „ $15 : 400 = 26\frac{2}{3}$ Tag.

wenn jedem aber täglich 15 Mass Haber gereicht werden, so langen sie nur den 15. Theil von 400 Tagen = $26\frac{2}{3}$ Tage.

b) Nach dem Dreisatz in Bruchform:

$$\frac{20 \times 15 \times 16}{12 \times 15} = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3} \text{ Tage.}$$

den 12. Theil so lange, als 1 Pferd; erhält jedes täglich nur 1 Mass Haber, so reichen sie 16mal so lang, als wenn jedes täglich 16 Mass bekommt, mit 15 Mass täglich für jedes Pferd aber nur den 15. Theil der Zeit.

Die Frage heisst: Wie viel Tage? In 20 Tagen reicht 1 Pferd 15 mal so lang, als 15 Pferde; 12 Pferde reichen aber nur

2s Beispiel: Ein Wirth hat für 8 Pferde in 12 Tagen 6 Schfl. Haber gebraucht; wie viel braucht er für 24 Pferde in 3 Wochen?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

8 Pf.	12 Tg.	6 Sch.	
24 „	21 „	? „	
8 „	12 „	6 „	
1 „	12 „	8: 6 = $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	
1 „	1 „	12: $\frac{3}{4} = \frac{4}{3} = \frac{1}{\frac{3}{4}}$	
24 „	1 „	24 $\times \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{24}{\frac{3}{4}} = \frac{24 \cdot 4}{3} = 32$	
24 „	21 „	21 $\times \frac{3}{2} = \frac{63}{2} = 31\frac{1}{2}$	

Wenn 8 Pferde in 12 Tagen 6 Schfl. brauchen, so braucht 1 Pferd nur den 8. Theil von 6 Schfl. = $\frac{3}{4}$ Sch., und in 1 Tag nur den 12. Theil von $\frac{3}{4} = \frac{3}{48} = \frac{1}{16}$ Sch. 24 Pferde brauchen aber in 1 Tag $24 \times \frac{1}{16} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$ Schfl., in 21 Tagen daher $21 \times \frac{3}{2} = \frac{63}{2} = 31\frac{1}{2}$ Schfl.

b) Nach dem Dreisatze:

3	2	
6 $\times$ 24 $\times$ 21		
Schfl. Hb. ? 8 $\times$ 12		
4		
2		

$= \frac{63}{2} = 31\frac{1}{2}$ Schfl.

Die Frage heisst: Wie viel Schfl.? Von 6 Schfl. braucht er für 1 Pferd den 8. Theil, den 8 Pferde brauchen. 24 Pferde brauchen aber 24 mal so viel, als 1 Pferd. In 1

Tag braucht er nur den 12. Theil so viel, als in 12 Tagen, in 3 Wochen oder 21 Tagen braucht er aber 21 mal so viel, als in 1 Tag etc.

- 443) Für wie viel Pferde reicht ein Wirth mit $31\frac{1}{2}$ Schfl. Haber 3 Wochen lang, wenn er für 8 Pferde 6 Schfl. in 12 Tagen verfüttert?
- 444) Wie lange reicht ein Wirth mit $31\frac{1}{2}$ Schfl. Haber für 24 Pferde, wenn er für 8 Pferde 6 Schfl. in 12 Tagen verfüttert?
- 445) In einer Festung lagen 2000 Mann. Diese hatten Vorrath an Brod auf 7 Monate. Es müssen aber noch 500 Mann hineingelegt werden. Wie lange wird die Besatzung nun reichen, wenn an der täglichen Portion nichts abgebrochen werden soll?
- 446) Ein Jäger brauchte für 5 Hunde in $7\frac{1}{2}$ Wochen 240 Pfund Brod, wovon 2 Pfd. 3 Kr. kosteten. a) Wie viel Brod wird ein anderer Jäger für 7 Hunde in 25 Wochen brauchen? b) Wie theuer wird ihm dieses Brod nach demselben Verhältnisse zu stehen kommen?
- 447) 3640 Soldaten können mit einem gewissen Vorrathe $7\frac{1}{2}$ Monate lang erhalten werden, wenn man einem jeden täglich 2 fl giebt. Wie viel Mann können, wenn man einem jeden täglich $\frac{1}{4}$ fl weniger giebt, 13 Monate lang erhalten werden?
- 448) Ein gewisser Vorrath an Getreide reicht für 2000 Mann auf 60 Tage hin, wenn der Mann täglich 2 Pfd. Brod erhält. Wie lang werden 1500 Mann damit ausreichen, wenn dem Manne täglich $2\frac{1}{2}$ Pfd. gereicht werden?

- 449)** Von 400 Mann, die 2 Monate an einem Orte bleiben sollen, erhält jeder täglich 3 Pfd. Brod. Es kommen noch 100 Mann hinzu, und alle sollen 3 Monate bleiben; wie viel muss täglich jedem abgebrochen werden? (Berechne zuerst, wie viel jeder täglich erhält. Ziehe hierauf dieses von den 3 Pfd. ab; der Rest giebt das, was jedem täglich abgebrochen wird.)
- 450)** In einer Festung liegen 2000 Mann und haben 10 Monate Vorrath; nach 4 Monaten kommen noch 400 Mann dazu; wie lange können diese von dem noch vorhandenen Vorrath leben?
(Bem. Die 2000 Mann hatten, nachdem 4 Monate verflossen waren, nur noch 6 Monate von dem Vorrathe zu leben.)
- 451)** 16 Personen brauchen in $3\frac{1}{2}$ Jahren 53 Schffl. 4 Mtzn. Korn; wie viele Schffl. brauchen 12 Personen in $1\frac{1}{2}$ Jahren?
- 452)** Eine Festung ist auf 2 Jahre 7 Monate für 1800 Mann mit Mehl versehen; wenn der Mann täglich $1\frac{3}{4}$ Pfd. Brod erhält, wie lange würden mit dem nämlichen Vorrathe 2520 Mann ausreichen, wenn dem Mann täglich $2\frac{1}{2}$ Pfd. Brod gereicht wird?
- 453)** 70 Laternen brauchen in 54 Stunden 5 Ctr. Oel; wie viel ist für 96 Laternen in 100 Stunden erforderlich?
- 454)** 3 Pferde brauchen in 12 Tagen $3\frac{1}{2}$ Schffl. Haber; wie viel brauchen 18 Pferde in 20 Tagen?

4) Länge, Breite und Höhe, oder Tiefe, oder Dicke.

1s Beispiel: Wie viel Fuder Steine braucht man zu einem Pflaster, das 60 Fuss lang und 24 Fuss breit ist, wenn man zu einem Pflaster, das 24 Fuss lang und 24 Fuss breit ist, 16 Fuder braucht?

Berechnung: a) nach dem **Zweitsatze:**

24	' lang	24	' br.	16	Fd.
60	"	24	"	?	"

24 „ 24 „ 16 „ | 8

$$1 \quad , \quad 24 \quad , \quad 24 : 16 = \frac{16}{24} \quad \frac{2}{3}$$

$$60 \quad , \quad 24 \quad , \quad 60 \times \frac{2}{3} = 40$$

Wenn zu einem Pflaster, das 24' lang u. 24' breit ist, 16 Edr. Steine nöthig sind, so ist, wenn das

Pflaster nur 1 Schuh lang und 24 Sch. breit sein soll, nur der 24. Theil von 16 Fuder $= \frac{2}{3}$ Fuder nöthig; wenn aber das Pflaster bei der Breite von 24 Fuss 60 Fuss lang werden soll, dann sind $60 \times \frac{2}{3}$ Fuder Steine nöthig; $60 \times \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}^0 = 40$ Fuder Steine.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{\begin{array}{c} 2 \\ 16 \end{array} \times \frac{\begin{array}{c} 20 \\ 60 \end{array} \times \frac{\begin{array}{c} 24 \\ 24 \end{array}}{\begin{array}{c} 24 \\ 3 \end{array}}}{\text{Fuder?}} = 40 \text{ Fuder.}$$

Die Frage heisst: Wie viel Fuder Steine? Von 16 Fudern braucht man zu einem Pflaster, welches nur 1 Fuss lang ist, den 24. Theil, den man zu einem 24' langen

Pflaster braucht, zu einem 60' langen braucht man aber 60 mal so viel Steine; zu einem nur 1' breiten Pflaster braucht man den 24. Theil der Steine, die man zu einem 24' breiten nöthig hat, zu einem 24' breiten wieder 24 mal so viel Fuder Steine etc.

2s Beispiel: Wie lange wird eine Mauer werden mit 400 Steinen, welche 8 Fuss hoch und $2\frac{1}{2}$ Fuss dick sein soll, wenn 1 Stein $3\frac{1}{2}$ Fuss lang, 2 Fuss hoch und $1\frac{1}{4}$ Fuss dick ist?

Berechnung: a) nach dem Zweisatz:

1	Stein	2	'	h.	$\frac{5}{4}$	'	dick	$3\frac{1}{2}$	'	lang	
400	„	8	„	$\frac{10}{4}$	„			?	„		
1	„	2	„	$\frac{5}{4}$	„			$\frac{7}{2}$	„	lang.	
1	„	1	„	$\frac{5}{4}$	„			$2 \times \frac{7}{2} = \frac{14}{2} = 7$			
1	„	1	„	$\frac{1}{4}$	„			$5 \times 7 = 35$			
400	„	1	„	$\frac{1}{4}$	„			$400 \times 35 = 14000$			
400	„	8	„	$\frac{1}{4}$	„			$8 : 14000 = 1750$			
400	„	8	„	$\frac{10}{4}$	„			$10 : 1750 = 175$	Fuss		
									lang.		

Nach dem schon weiter oben neben angemerkten Gang, der beim schrift. Berechnen eingehalten werden muss, wird es nicht nöthig sein, die-

b) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{7 \times 2 \times 5 \times 2 \times 400}{2 \times 8 \times 4 \times 5 \times 1} = 175 \text{ Fuss lang.}$$

Die Frage heisst: Wie viel Fuss lang ist die Mauer? 1 Stein, welcher bei 2' Höhe $3\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}'$ lang ist, kann bei 1' Höhe $2 \times 7\frac{1}{2}'$ lang sein; bei 8' Höhe ist er aber nur den 8ten Theil so lang. Bei 1' Dicke kann er $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ mal länger sein, als bei $\frac{5}{4}'$ Dicke; bei $\frac{3}{2}'$ Dicke ist er aber nur den $\frac{3}{2}$ Theil so lang. 400 Steine geben eine 400 mal längere Mauer, als 1 Stein etc.

455) Wenn 10 Pfd. Garn ein Stück Leinwand geben, das $\frac{5}{4}$ breit und 42 Ellen lang ist, wie viel Garn wird man dann zu einem Stück Leinwand brauchen, das 64 Ell. lang und $\frac{6}{4}$ breit werden soll?

- 456) Wenn zur Belegung eines Saales 240 Platten, deren jede $2\frac{1}{2}$ Schuh lang und $2\frac{1}{2}$ Schuh breit ist, erfordert werden; wie viele Platten von 2 Schuh Länge und 2 Schuh Breite würden dazu nöthig sein?
- 457) Wenn $1\frac{1}{2}$ Ellen $\frac{3}{4}$ breites Tuch $1\frac{1}{8}$ fl. kosten; wie viel werden 2 Ellen $\frac{5}{4}$ breites Tuch kosten?
- 458) In einem Kasten, der 4 Schuh lang, 2 Schuh breit und 3 Schuh hoch ist, gehen 6 Metzen Mehl; wie lang muss ein anderer Kasten von 4 Schuh Breite und 5 Schuh Höhe sein, wenn er 60 Metzen fassen soll?
- 459) Wenn aus 36 Pfd. Garn 80 Ellen $\frac{7}{4}$ breite Leinwand gewebt werden; wie viel Ellen von derselben Güte $\frac{7}{8}$ breite werden demnach aus 72 Pfd. Garn gemacht werden können?
- 460) Aus 18 Pfd. Garn bekommt man 40 Ellen $\frac{7}{4}$ breite Leinwand; wie breit muss aber die Leinwand werden, von welcher man aus 36 Pfd. solchem Garne 160 Ellen von derselben Güte verlangt?
- 461) Aus 24 Pfd. Garn werden 72 Ellen $\frac{6}{4}$ breite Leinwand gefertigt; wie viel Ellen $\frac{5}{4}$ breites Leinen von derselben Güte geben 40 Pfd. Garn?
- 462) Einen Saal zu belegen, welcher $6\frac{1}{4}$ Ruthen lang und $2\frac{3}{4}$ Ruthen breit ist, hat man 256 Bretter, jedes 13 Schuh lang und $1\frac{7}{8}$ Schuh breit, gebraucht. Wie viele Bretter, jedes 16 Schuh lang und $1\frac{1}{2}$ Schuh breit, wird man zu einem andern Saale brauchen, der 9 Ruthen lang und 5 Ruthen breit ist?
- 463) Wenn 6 Stämme Holz, deren jeder 10 Fuss lang, 3 Fuss breit und 2 Fuss dick ist, 6 Thlr. kosten; was kosten 15 Stämme, jeder 8 Fuss lang, $3\frac{1}{2}$ Fuss breit und 3 Schuh dick?
- 464) In ein Zimmer hat man 33 Ellen $\frac{5}{4}$ breite Tapeten gebraucht. Wie viele gleich grosse Zimmer kann man mit 450 Ellen $5\frac{1}{2}$ Viertel breiten Tapeten tapeziren?
- 465) Wenn man in ein Zimmer 36 Ellen $\frac{4}{4}$ breite Tapeten braucht; wie breit werden die Tapeten sein, wenn man zu 8 gleich grossen Zimmern 256 Ellen braucht?
- 466) Wenn man von einem Theil eines Waldes, der 16 Ruthen lang und $11\frac{1}{4}$ Ruthen breit ist, 20 Klaftern Holz zu $3\frac{1}{2}$ Thlr. fällt; wie viel Klaftern könnte man dann a) auf einem eben so bewachsenen Fleck, der 90 Ruthen lang und 75 Ruthen breit ist, fällen, und b) was wäre dieses Klafterholz werth?

5) Gewicht oder Mass und Preis.

Beispiel. Wenn der Metzen Korn 1 fl. 45 Kr. kostet, so wiegt ein 6 Kreuzerbrod 2 fl. 6 Loth; wie viel muss ein 9 Kreuzerbrod wiegen, wenn der Metzen Korn mit 2 fl. bezahlt wird:

Vorbereitende Rechnung:

$$1 \text{ fl. } 45 \text{ Kr.} = 1\frac{3}{4} = \frac{7}{4} \text{ fl.} \quad 2 \text{ fl. } 6 \text{ L.} = 70 \text{ Lth.}$$

a) Nach dem Zweisatze:

$\frac{7}{4}$ fl.	6 Kr.	70 Lth.	
$\frac{8}{4}$ „	9 „	? „	
$\frac{7}{4}$ „	6 „	70 „	
$\frac{1}{4}$ „	6 „	$7 \times 70 = 490$	
$\frac{1}{4}$ „	1 „	$6 : 490 = 81\frac{2}{3}$	
$\frac{1}{4}$ „	9 „	$9 \times 81\frac{2}{3} = 729$	$9 \times \frac{2}{3} = 6$
		$729 + 6 = 735$	
$\frac{8}{4}$ „	9 „	$8 : 735 = 91\frac{7}{8} \text{ L.} = 2 \text{ fl. } 27\frac{7}{8} \text{ Lth.}$	

Bei dem Kornpreis von $\frac{7}{4}$ fl., wiegt ein 6 Kreuzerbrod 70 Loth, bei dem Kornpreis von $\frac{1}{4}$ fl. wiegt es aber $7 \times 70 = 490$ Loth, ein 1 Kreuzerbrod wiegt aber nur den 6. Theil von 490 Loth $= 81\frac{2}{3}$ Lth.; ein 9 Kreuzerbrod muss $9 \times 81\frac{2}{3} \text{ Lth.} = 735$ Loth bei dem Kornpreis von $\frac{1}{4}$ fl. wiegen; bei dem Preis von $\frac{8}{4}$ oder 2 fl., wiegt aber ein 9 Kreuzerbrod nur den 8. Theil von 735 Lth. $= 2 \text{ Pfd. } 27\frac{7}{8} \text{ Loth etc.}$

b) Nach dem Dreisatz in Bruchform:

$\frac{35}{70} \times \frac{3}{7} \times \frac{9}{8} = 91\frac{7}{8} \text{ Lth.} = 2 \text{ fl. } 27\frac{7}{8} \text{ Lth.}$	Fr: Wie viel Loth? Wenn das Korn $\frac{7}{4}$ fl. k., so wiegt das Brod 70
$\frac{35}{70} \times \frac{3}{7} \times \frac{9}{8} = 91\frac{7}{8} \text{ Lth.} = 2 \text{ fl. } 27\frac{7}{8} \text{ Lth.}$	Loth; wenn das Korn aber nur $\frac{1}{4}$ fl. kostet, so wiegt das Brod 7mal so viel; kostet es 2 fl. oder $\frac{8}{4}$, so wiegt das Kreuzerbrod nur den 8. Theil dieser Lothe. Ein 1 Kr. Brod wiegt nur den 6. Theil von einem 6 Kr. Brod; ein 9 Kr. Brod wiegt jedoch wieder 9mal so viel, als ein 1 Kreuzerbrod.

467) Es kauft Jemand die Klafter hartes Holz für 12 fl. und giebt dann für 40 Kr. 1 Ctr. her; wie viel fl. kann er für 40 Kr. geben, wenn er 16 fl. für die Klafter bezahlt?

468) Wenn der Schffl. Korn 8 fl. 30 Kr. kostet, so wiegt ein

- 12 Kreuzerlaib 10 fl. 16 Lth.; wie schwer wird ein solcher Laib sein, wenn der Schffl. Korn 12 fl. 45 Kr. kostet?
- 469) Ein Wirth kauft den Eimer Wein für 30 fl. und giebt die Mass für 42 Kr. ab. Später muss er aber den Eimer um 7 fl. 30 Kr. theurer zahlen; wie theuer wird er nun nach obigem Verhältniss 5 Mass abgeben?
- 470) Wenn der Schffl. Weizen 22 fl. kostet, wiegt die Kreuzersammel 5 Loth; wie viel muss ein 3 Kreuzerbrod wiegen, wenn der Schffl. nur 16 fl. 30 Kr. kostet?
- 471) Wenn der Metzen Weizen auf 3 fl. 40 Kr. zu stehen kommt, wiegt ein 4 Kreuzerbrod 20 Loth; wie viel wiegt ein Kreuzerbrod, wenn der Metzen nur 2 fl. 45 Kr. kostet?
- 472) Wenn ein Wirth 1 Fuder Wein für 360 fl. zahlt, giebt er die Mass für 45 Kr. ab; wie theuer wird er 15 Mass abgeben können, wenn er das Fuder Wein für 300 fl. bezieht?
- 473) Wenn bei dem Kornpreis von 12 fl. ein 6 Kreuzerlaib 4 fl. schwer sein soll, wie schwer soll ein 4 Kreuzerlaib sein, wenn der Schffl. Korn 16 fl. kostet?

6) Gewicht und Entfernung.

Beispiel. Wenn 30 Ctr. 12 Stunden weit zu führen 37 fl. 30 Kr. kosten; wie viele Stunden weit können dann 16 Ctr. um 10 fl. gefahren werden?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

30 Ctr.	$37\frac{1}{2} = 7\frac{5}{2}$ fl.	12 St.
16 „	$\frac{20}{2}$ „	? „
30 „	$7\frac{5}{2}$ „	12 „
1 „	$7\frac{5}{2}$ „	$30 \times 12 = 360$
1 „	$\frac{1}{2}$ „	$75 : 360 = 4\frac{60}{75}$
1 „	$\frac{20}{2}$ „	$20 \times 4 = 80$, u. $20 \times \frac{4}{5} = \frac{80}{5} = 16$, zusammen 96 Std.
16 „	$\frac{20}{2}$ „	$16 : 96 = 6$ Stunden.

Wenn 30 Ctr. für $7\frac{5}{2}$ fl. 12 Stunden gefahren werden, so wird 1 Centner hiefür $30 \times 12 = 360$ St. gefahren, für $\frac{1}{2}$ fl. aber nur den 75. Theil von 360 St. $= 4\frac{4}{5}$ St., für $\frac{20}{2}$ fl. wird er $20 \times 4\frac{4}{5}$ Std. $= 96$ Stunden, 16 Ctr. werden daher nur den 16. Theil von 96 Stunden gefahren $= 6$ Stunden.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 6 \quad 6 \quad 2 \\ 12 \times 30 \times 2 \times 10 \\ \hline \text{St.} ? \quad 16 \times 75 \\ \quad 8 \quad 15 \\ \quad 4 \quad 3 \\ \quad 2 \end{array} = 6 \text{ Std.}$$

Frage: Wie viel Stunden weit? Wenn 30 Ctr. 12 St. weit gefahren werden, so wird 1 Ctr. 30×12 Stunden weit gefahren, 16 Ctr. aber nur den 16ten Theil so weit, als 1 Ctr. Um 1 fl. wird die Last nur den $\frac{1}{3}$ Theil so weit ge-

fahren, als um $37\frac{1}{2} = \frac{75}{2}$ fl., um 10 fl. aber 10mal weiter, als um 1 fl.

474) Ein Papierfabrikant bewilligt einem Fuhrmanne für den Ctr. Papier $7\frac{1}{2}$ Kr. auf jede Meile; wie viel Centner kann der Fuhrmann hiernach für 30 fl. 15 Meilen weit fahren?

475) Ein Fuhrmann erhält für 32 Ctr. auf 28 Meilen 80 fl., wie viel wird er für 25 Ctr. auf 35 Meilen bekommen?

476) Ein Fuhrmann fährt 26 Klafter Holz für $37\frac{1}{2}$ Thlr. 15 Meilen weit; wie weit wird er 8 Klafter für 10 Thlr. fahren?

477) Es will Jemand 40 Ctr. 12 Stunden weit fahren; es werden aber 10 Ctr. abgenommen; wie weit hat er diese für denselben Preis zu führen?

478) Ein Fuhrmann verspricht für 60 fl. 20 Ctr. 50 Stunden weit zu führen; nun werden aber noch 10 Ctr. aufgeladen; wie weit kann er nun für denselben Preis fahren?

479) Es verspricht Jemand, für 40 fl. 15 Ctr. 100 Stunden weit zu führen; wie viel darf er abladen, wenn er ohne Verdiensterhöhung 120 Stunden weit fahren soll?

480) Ich hatte mit dem Fuhrmann Accord gemacht, nach welchem er mir für 18 Thaler 15 Ctr. 16 Meilen weit fuhr. Jetzt habe ich 32 Ctr. 45 Meilen weit zu fahren; wie viel werde ich da, jenem Accorde gemäss, geben müssen?

Beispiel: Es accordirt Jemand, 25 Ctr. 60 Stunden weit zu fahren; nach 10 Stunden werden ihm noch 5 Ctr. aufgeladen; wie weit hat er noch zu fahren?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

$$\begin{array}{r} 25 \text{ Ctr.} \quad 50 \text{ St.} \\ 30 \quad \text{,,} \quad ? \quad \text{,,} \\ \hline 25 \quad \text{,,} \quad 50 \quad \text{,,} \\ 1 \quad \text{,,} \quad 25 \times 50 = 1250 \\ 30 \quad \text{,,} \quad 30 : 1250 = 41\frac{2}{3} \text{ St.} \end{array}$$

Die 25 Ctr. waren 10 Stunden weit geführt, als noch 5 Ctr. aufgeladen wurden; die ersteren wären nur noch 50 Stunden weiter zu schaffen gewesen. Da aber nun den 25 Ctr. noch 5 Ctr. beige- laden wurden, so fragt sich, wie weit diese

30 Ctr. um den nämlichen Preis gefahren werden müssen; daher der Ansatz: 25 Ctr. werden 50 Stunden weit gefahren; wie viel Stunden weit 30 Ctr.?

b) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{50 \times 25}{\text{Stdn. ? } 30} = 1\frac{2}{3}^5 = 41\frac{2}{3} \text{ Stunden.}$$
 Die einleitende Erklärung zu diesem Exempel ist bei der Berechnung nach dem Zweisatze gegeben, und wolle dort nachgelesen werden. Aus dieser Erklärung ergibt sich, dass die Aufgabe eigentlich heisst: 25 Ctr. werden 50 Stunden weit gefahren, wie viel Stunden weit 30 Ctr.? Frage: Wie viel Stunden? Wenn 25 Ctr. 50 Stunden weit gefahren werden, so wird 1 Ctr. 25 mal weiter gefahren, 30 Ctr. aber nur den 30. Theil so weit, als 1 Ctr.

481) Es will Jemand 30 Ctr. 48 Stunden weit führen, nachdem er 20 Stunden weit ist, soll er nur noch 16 Stunden weit fahren; wie viel darf man ihm dort aufladen, damit er sein Frachtgeld verdient?

482) Ein Fuhrmann soll 40 Ctr. 30 Stunden weit führen. Nach 12 Stunden werden ihm 10 Ctr. abgenommen; wie weit hat er noch zu fahren?

V. Einige besondere Rechnungsarten durch den einfachen und erweiterten Zweisatz und Dreisatz.

A. Zinsrechnung.

Wer von einem Andern Geld borgt, der muß für die Benützung desselben eine Entschädigung geben. Der, der die Geldsumme verleiht, heißt Gläubiger oder Creditor, der, der das Geld borgt, heißt Schuldner oder Debitor. Das dargeliehene Geld heißt das Capital; die Entschädigungssumme, welche der Schuldner für die Benützung dem Gläubiger zahlt, nennt man Zins oder Interesse. Der Zins wird bei Abschließung des Darlehens festgesetzt. Er beträgt für 100 fl. in einem Jahre 3 — 5, auch noch mehr fl. Für 100 heißt auf lateinisch pro centum; daher sagt man: das Geld ist zu 4, 4½ oder 5 Procent ausgeliehen, d. h. von 100 fl. Capital werden 4, 4½ oder 5 fl. Zins jährlich gezahlt. Die Bestimmung, wie viel Zins vom Hundert jährlich entrichtet werden muß, heißt der Zinsfuß.

Die Größe des Zinses ist jedesmal von dem Capitale, der Zeit und dem Zinsfuße abhängig; denn je mehr Capital, desto mehr Zins, je längere Zeit das Capital aussteht, eine desto größere Zinssumme trägt es, und zu je höherem Zinsfuß es ausgeliehen ist, desto mehr Zins erhält man. Es kann nun entweder die Summe des Zinses, oder die Summe des Capitals, oder der Zinsfuß, oder die Zeit, wie lange ein Capital ausgeliehen ist, unbekannt sein und durch Berechnung gesucht werden müssen. Dieses geschieht nun durch die Zinsrechnung.

1) Berechnung des Zinses

(aus dem Capitale, der Zeit und dem Zinsfuße.)

K o p f r e c h n e n.

1s Beispiel: Wie viel Zins tragen 400 fl. Capital zu 5 Procent in einem Jahre? (Zu 5 Procent heißt so viel als: 5 fürs 100 oder 100 fl. Capital tragen jährlich 5 fl. Zins.)

Berechnung. Wenn 100 fl. jährlich 5 fl. Zins tragen, so tragen 400 fl. jährlich 4×5 fl. Zins = 20 fl.

2s Beispiel: Wie viel Zins tragen 900 fl. Capital zu 4 Procent in 3 Jahren?

Berechnung. Wenn 100 fl. jährlich 4 fl. Zins tragen, so tragen 900 fl. in 1 Jahr 9×4 fl. Zins = 36 fl., in 3 Jahren trägt aber das Capital 3×36 = 108 fl. Zins.

3s Beispiel: Welche Zinssumme tragen 150 fl. zu 4 Procent in 8 Monaten?

Wenn 100 fl. Capital jährlich 4 fl. Zins abwerfen, so tragen 150 fl. jährlich 4 und 2 = 6 fl. Zins, also in 1 Monat den 12ten Theil von 6 fl. = $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ fl., daher in 8 Mon. $8 \times \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$ fl.

4s Beispiel: Was betragen 300 fl. Capital sammt den Zinsen bei 5 Procent, wenn 8 Jahre lang kein Zins gezahlt wurde?

Berechnung. Wenn 100 fl. Capital in 1 Jahr 5 fl. Zins tragen, so tragen 300 fl. in 1 Jahr 3×5 = 15 fl. Zins, in 8 Jahren also 8×15 = 120 fl. Zins. 300 fl. Capital und 120 fl. Zins machen zusammen 420 fl.

483) Wie groß werden die Zinsen von 700 fl. zu 3 Procent in einem Jahre sein?

484) Jemand hat 300 fl. zu 3 Procent ausgeliehen, wie viel betragen die 7jährigen Zinsen?

485) Wie viel betragen die Zinsen von 4500 fl. Capital zu 5 Procent in 1 Jahr?

486) Wie groß sind die Zinsen von 2000 fl. Capital zu $4\frac{1}{2}$ Proc. in 1 Jahr?

487) 10,000 Thaler sind zu 4 Procent ($4\frac{0}{100}$) auf 15 Jahre ausgeliehen; wie viel betragen die Zinsen hiervon?

488) Wenn man 1 fl. zu $4\frac{0}{100}$ wegborgt, wie viel kann man a) in 1, b) in 12, c) in 15 Jahren Zinsen einnehmen?

489) Wie viel betragen die 6 monatlichen Zinsen von 1200 fl. Capital zu 4 Procent?

490) Was betragen die Zinsen von 200 fl. Capital, welches zu $4\frac{1}{2}$ Proc. ausgeliehen ist, in 5 Jahren 3 Monaten?

491) Wie viel fl. Zins tragen 450 fl. Capital in 3 Jahren zu 4 Proc.?

- 492) Wie viel betragen die Zinsen a) von 500 fl. Capital zu $4\frac{1}{2}\%$ in 8 Jahren, b) von 600 fl. Cap. zu $4\frac{1}{2}\%$ in 10 J., c) von 3000 fl. Cap. zu 5% in 8 Jahren, d) von 2000 fl. Cap. zu $3\frac{1}{2}\%$ in 5 Mon.?
- 493) Wie viel betragen 400 fl. Capital sammt Zins bei 3 Proc., wenn 6 Jahre kein Zins gezahlt wurde?
- 494) Wenn 500 fl. Capital 3 Jahre lang zu $4\frac{1}{2}\%$ Procent verliehen waren, wie viel muß dann sammt den Zinsen zurückgezahlt werden?
- 495) Was betragen 800 fl. Capital in 6 Jahren bei 4 Procent Capital sammt Zins?

Zifferrechnen.

1s Beispiel: Wie viel Zins werfen 935 fl. Capital bei $4\frac{1}{2}\%$ in 1 Jahr ab?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

100 fl. C. in 1 J. 4 fl. Z.	Wenn 100 fl. C. 4 fl. Zins abwerfen, so trägt 1 fl. den 100. Theil von 4 fl. $= \frac{4}{100}$ fl., 935 fl. C. tragen also $935 \times \frac{4}{100}$ fl. $= 37\frac{2}{5}$ fl. $= 37$ fl. 24 Kr.
935 „ „ 1 „ ? „	
100 „ „ 1 „ 4 „	
1 „ „ 1 „ $100 : 4 = \frac{4}{100}$	
935 „ „ 1 „ $935 \times \frac{4}{100} =$	3740
	$100 : 374 = 37\frac{4}{10} = 37\frac{2}{5}$ fl.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{4 \times 935}{100} = \frac{187}{5} = 37\frac{2}{5} \text{ fl.}$$

Frage: Wie viel fl. Zins? 1 fl. Capital wirft den 100. Theil von 4 fl. Zins ab, 935 fl. Capital werfen aber 935 mal mehr ab, als 1 fl.

2s Beispiel: Wie viel betragen die Zinsen von 750 fl. zu $3\frac{1}{3}\%$ in $4\frac{1}{4}$ Jahren?

Vorbereitende Rechnung: $3\frac{1}{3}\% = \frac{10}{3}\%$ Proc. $4\frac{1}{4} = \frac{17}{4}$ Jahre.

a) Nach dem Zweisatze:

100 fl. C. in 1 J. $\frac{10}{3}$ fl. Z.	Wenn 100 fl. in 1 J. $\frac{10}{3}$ fl. Zins geben, so gibt 1 fl. in 1 Jahr den 100. Theil von $\frac{10}{3} = \frac{10}{300}$, 750 fl. geben in 1 J. $\frac{750 \times 10}{300} = 25$ fl., in $\frac{1}{4}$ Jahr aber nur den 4. Theil von 25 fl. $= \frac{25}{4}$ fl., in $\frac{17}{4}$ J. daher $17 \times \frac{25}{4} = 42\frac{5}{4} = 106\frac{1}{4}$ fl.
750 „ „ $\frac{17}{4}$ „ ? „	
100 „ „ 1 „ $\frac{10}{3}$ „	
1 „ „ 1 „ $100 : \frac{10}{3} = \frac{300}{10} = 30$	
750 „ „ 1 „ $\frac{750}{30} = 25$ fl.	
750 „ „ $\frac{1}{4}$ „ $25 \times \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$ fl.	
750 „ „ $\frac{17}{4}$ „ $17 \times \frac{25}{4} = 42\frac{5}{4} = 106\frac{1}{4}$ fl.	

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{10 \times 750 \times 17}{3 \times 100 \times 4} = 4\frac{25}{4} = 106\frac{1}{4} \text{ fl. Z.}$$

Frage: Wie viel fl. Zins? 1 fl. Cap. wirft den 100. Theil von $3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ fl. Z. ab, 750 fl. Cap. werfen 750 mal so viel als 1 fl. ab. In $4\frac{1}{4} = \frac{17}{4}$ Jahren wirft das Cap. $\frac{17}{4}$ mal so viel ab, als in 1 Jahr oder in $\frac{1}{4}$ J.

3s Beispiel: Wie viel Gulden Zins geben 1250 fl. Capital zu $4\frac{1}{2}\%$ in 4 Monaten?

Berechnung: a) nach dem Zweisatze:

100 fl. C. in 1 J. $4\frac{1}{2}\%$ fl. Z.	Wenn 100 fl. C. in 1 J. $4\frac{1}{2}\%$ fl. Z. abwerfen, so gibt 1 fl. C. in 1 J. den 100. Theil von $\frac{9}{2} = \frac{9}{200}$ fl., in $\frac{1}{3}$ J. aber nur den 3. Theil von $\frac{9}{200} = \frac{3}{200}$ fl., 1250 fl. C. geben daher in $\frac{1}{3}$ J. $1250 \times \frac{3}{200} = 18\frac{3}{4}$ fl.
1250 „ „ $\frac{1}{3}$ „ ? „	
100 „ „ 1 „ $\frac{9}{2}$ „	
1 „ „ 1 „ $100 : \frac{9}{2} = \frac{200}{9}$	
1 „ „ $\frac{1}{3}$ „ $3 : \frac{200}{9} = \frac{3}{200}$	
1250 „ „ $\frac{1}{3}$ „ $1250 \times \frac{3}{200} = \frac{3750}{200} = 18\frac{3}{4}$ fl.	

b) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{3 \times 1250 \times 4}{2 \times 100 \times 12} = 7\frac{5}{4} = 18\frac{3}{4} \text{ fl. Z.}$$

Frage: Wie viel fl. Zins? 1 fl. Cap. wirft den 100. Theil von $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ fl. ab; 1250 fl. Cap. wer-

fen aber 1250 mal so viel ab, als 1 fl. In 1 Monat wirft das Capital den 12. Theil von 1 Jahr oder von 12 Monaten ab, in 4 Monaten 4 mal so viel, als in 1 Monat.

496) Wie viel betragen die jährlichen Zinsen eines Capitals von 3200 fl., dessen Zinsfuß $4\frac{1}{2}\%$ Procent ist?

497) Welches sind die jährlichen Zinsen eines Capitals von 2000 Thalern zu $3\frac{1}{3}\%$ Proc.?

498) Wie viel betragen die Interessen von 800 fl. zu 4% in 3 Jahren 9 Monaten?

499) Wie viel Interessen hat Georg schon an seinen Gläubiger bezahlt, der ihm vor $18\frac{1}{2}$ Jahren 1250 fl. zu 5% vorgeliehen hat, da Georg seinen Zins regelmässig entrichtete?

500) Wie viel muss man in 3 Jahren 6 Monaten von 250 fl. Capital an Interessen zahlen, da das Capital zu 4% ausgeliehen ist?

501) Wie viel beträgt der Zins von 25000 fl. Capital zu $4\frac{1}{2}\%$ in $8\frac{1}{3}$ Jahr?

502) Anton ist der Stadtkirche zu Bayreuth ein Capital von 875 fl. schuldig, und hat solches jährlich mit $3\frac{1}{2}\%$ zu verzinsen. Was machen die jährlichen Interessen von diesem Capital?

- 503) Ein Capital giebt in 12 Jahren 160 fl. Zins; wie viel demnach bei gleichem Zinsfusse in 5 Jahren?
- 504) 500 fl. Capital geben in einer gewissen Zeit zu $4\frac{0}{0}$ 160 fl. Zins; wie viel fl. Zins werden 1400 fl. in der gleichen Zeit bei $3\frac{3}{4}$ p. Ct. geben?
- 505) Ein gewisses Capital trägt bei $5\frac{0}{0}$ in $7\frac{1}{2}$ Jahren 300 fl. Zins; wie viel fl. Zins wird das nämliche Capital in $10\frac{1}{2}$ Jahren bei $4\frac{1}{2}$ p. Ct. tragen?
- 506) Wie viel Zins geben $730\frac{2}{3}$ fl. Capital jährlich zu $4\frac{1}{2}$ p. Ct.?
- 507) Wie viel Zins geben 350 Thlr. in $7\frac{2}{3}$ Jahren zu $4\frac{1}{2}\frac{0}{0}$?
- 508) Wenn ein Capital von 3200 fl. zu $5\frac{0}{0}$ ausgeliehen ist; wie viel betragen die Zinsen nach $2\frac{1}{2}$ Jahren?
- 509) Was betragen die Zinsen von 3900 fl. Capital in 3 Jahren $5\frac{4}{5}$ Monaten bei 5 Procent?

2) Berechnung des Capitals

(aus den Zinsen, dem Zinsfusse und der Zeit.)

Kopfrechnen.

1s Beispiel: Wie groß ist das Capital, welches in 1 Jahre zu 5 Procent 60 fl. Zins trägt?

Berechnung. Da jedes Hundert 5 fl. Zins trägt, so gehören zu 60 fl. Zins so viel Hunderte an Capital, als 5 in 60 enthalten ist. 5 ist in 60 aber 12mal enthalten; das Capital besteht daher in 1200 fl.

Auf andere Weise: Beträgt der einjährige Zins 5 fl. von 100 fl., so ist dies der 20ste Theil vom Capital, da 5 in 100 20mal enthalten ist. Das Capital, das 60 fl. Zins trägt, muß daher 20×60 fl. betragen = 1200 fl.

2s Beispiel: Welches Capital trägt zu 4 Procent in 2 Jahren 150 fl. Zins?

Berechnung. Wenn die zweijährigen Zinsen 150 fl. betragen, so machen sie in 1 Jahre nur die Hälfte von 150 also 75 fl. Da jedes Hundert 4 fl. Zins trägt, so gehören zu 75 fl. Zins so viel Hunderte an Capital, als 4 in 75 enthalten ist, nämlich $18\frac{3}{4}$ Hundert = 1875 fl. Capital.

38 Beispiel: Wie groß ist eine ausgeliehene Geldsumme, die zu 5 Procent in 7 Monaten 42 fl. Zins abwirft?

Berechnung: Wenn das Capital in 7 Monaten 42 fl. Zins abwirft, so trägt es in 1 Monate 6 fl., in 1 Jahre aber $12 \times 6 = 72$ fl. Da 100 fl. Capital 5 fl. Zins tragen, so gehören zu 72 fl. Z. so viele Hunderte Capital, als 5 in 72 enthalten ist. 5 in 72 ist $14\frac{2}{5}$ mal enthalten. Das Capital beträgt daher $14\frac{2}{5}$ Hunderte = 1440 fl. Capital.

- 510) Wie groß ist das Capital, das zu 5% in einem Jahre: a) 25 fl., b) 40 fl., c) 85 fl., d) 135 fl. Zinsen bringt?
- 511) Wie groß ist das Capital, das zu 4% jährlich a) 32 fl., b) 48 fl., c) 28 fl., d) 64 fl. Zinsen trägt?
- 512) Welches Capital trägt in 1 Jahr zu $4\frac{1}{2}$ Procent a) 45 fl., b) 36 fl., c) 54 fl.?
- 513) Wilhelm nimmt jährlich an Zinsen von einem Capital, welches zu $3\frac{1}{2}$ Procent ausgeliehen ist, 63 fl. ein; wie groß ist das Capital?
- 514) Wie groß ist das Capital, dessen 3jährige Zinsen zu 5 Procent a) 75 fl., b) 90 fl., c) 105 fl. betragen?
- 515) Wie viel fl. Capital muß man zu $3\frac{1}{2}$ Procent ausleihen, wenn man in 4 Jahren 182 fl. Zinsen einnehmen will?
- 516) Die 8jährigen Zinsen von einer Geldsumme, zu 5 Procent ausgegeben, betragen 1000 Thlr.; wie groß ist die Geldsumme?
- 517) Wenn 10 fl. die 3monatlichen Zinsen eines Capitals sind, welches man zu 5 Procent ausgeliehen hat, wie groß ist alsdann das Capital?
- 518) Wie groß ist eine ausgeliehene Geldsumme, wenn sie gegen 3 Proc. in 7 Monaten 140 fl. Zinsen einbringt?

Z i f f e r r e c h n e n .

18 Beispiel: Wie stark ist ein Capital, das zu 5% 462 $\frac{1}{2}$ fl. jährliche Interessen bringt?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

5 fl. Z.	100 fl. C.
462 $\frac{1}{2}$ = $9\frac{2}{5}$	? „
5 fl. Z.	100 „
1 „	5 : 100 = 20
$\frac{1}{2}$ „	$\frac{1}{2} : 20 = \frac{20}{2} = 10$ fl.
$9\frac{2}{5}$ „	$925 \times 10 = 9250$ fl.

Wenn zu 5 fl. jährlichem Zins 100 fl. Capital nöthig sind, so ist zu 1 fl. der 5. Theil von 100 also 20 fl., und zu $\frac{1}{2}$ fl. nur die Hälfte von 20 also 10 fl. nöthig; zu $9\frac{2}{5}$ fl. Zins gehören aber $925 \times 10 = 9250$ fl.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\begin{array}{r} 10 \\ 20 \\ 100 \times 925 \\ \hline \text{Cap. fl. ? } 5 \times 2 \end{array} = 9250 \text{ fl. Cap.}$$

Frage: Wie viel fl. Capital?
Wenn zu 5 fl. Zins 100 fl. Cap. nöthig sind, dann ist zu 1 fl. Z. der 5. Theil von 100 fl. Capital nöthig. Zu $9\frac{2}{5}$ fl. Z. ist aber $9\frac{2}{5}$ mal so viel Cap. nöthig, als zu 1 fl. Zins.

2s Beispiel: Wie gross ist das Capital, welches in 4 Jahren zu $3\frac{1}{3}$ Procent 520 Thaler Interessen brachte?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

$3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ Thlr. Z.	1 J.	100 Thlr. C.		$3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ Thlr. Z. in 1 Jahr
520	4	?		100 Thlr. Cap. nöthig sind, so wird zu $\frac{1}{3}$ Thlr. Z. nur der 10. Theil von 100 Thlrn. = 10 Thlr. C., zu 1 Thlr. Z. aber $3 \times 10 = 30$ Thlr. Capital erfordert. Zu 520 Thlr. Zins sind daher $520 \times 30 = 15600$ Thlr. Cap. in 1 Jahr erforderlich; wenn aber diese Zinssumme in 4 Jahren nur erzielt werden soll, so ist auch nur der 4. Theil von 15600 Thlr. Capital nöthig, also 3900 Thlr.
$\frac{10}{3}$	1	100		
$\frac{1}{3}$	1	$10:100 = 10$		
1	1	$3 \times 10 = 30$ Thlr.		
520	1	$520 \times 30 = 15600$		
520	4	$4:15600 = 3900$ Thlr.		

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\begin{array}{r} 130 \\ 100 \times 3 \times 520 \\ \hline \text{Cap. Thlr. ? } 10 \times 4 \end{array} = 3900 \text{ Thlr. C.}$$

Wie viel Thlr. Cap.? Wenn zu $\frac{10}{3}$ Thlr. Zins 100 Thlr. Cap. erforderlich sind, so sind zu 1 Thlr. Zins nur $\frac{10}{3}$ von 100 Thlrn. nöthig, zu 520 Thlr. Zins aber ist 520 mal so viel Cap. nöthig, als zu 1 Thlr. Wenn aber in 4 Jahren der Zins von 520 fl. erst abfiel, so war nur der 4. Theil des Capitals nöthig.

3s Beispiel: Für welches Capital erhält man zu $3\frac{3}{4}\%$ in 11 Monaten $25\frac{1}{2}$ fl. Zinsen?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ fl.	12 Mon.	100 fl. C.		Eine nähere Auseinandersetzung ist nach dem Vorausgegangenen hier nicht mehr nöthig.
$25\frac{1}{2} = \frac{51}{2}$	11	?		
$\frac{15}{4}$	12	100		
$\frac{1}{4}$	12	$15:100 = \frac{100}{15} = \frac{20}{3}$ fl.		
$\frac{1}{4}$	1	$12 \times \frac{20}{3} = \frac{240}{3} = 80$ fl.		
$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	1	$2 \times 80 = 160$		
$\frac{51}{2}$	1	$51 \times 160 = 8160$		
$\frac{51}{2}$	11	$11:8160 = 741\frac{9}{11}$ fl. Cap.		

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{10}{20} \times \frac{4}{15} \times \frac{51}{2} \times \frac{12}{11} = 8 \frac{160}{11} = 741 \frac{9}{11} \text{ fl. Cap.}$$

Cap. fl. ?

Frage: Wie viel fl. Capital? Wenn zu $\frac{1}{4}$ fl. Z. 100 fl. Cap. nöthig sind, so sind zu 1 fl. Z. nur $\frac{1}{4}$ von 100 fl.

Cap. nöthig, zu $25\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ fl. Z. sind aber $\frac{3}{2}$ mal so viel fl. Capital nöthig, als zu 1 fl. Zins. In 1 Monat ist 12 mal so viel Capital zur Erzielung des nämlichen Zinses nöthig, als in 1 Jahr oder 12 Mon., in 11 Monaten nur den 11. Theil dieses Capitals.

- 519) Albert zog von seinem zu 5 Procent ausgeliehenen Capital in $4\frac{1}{2}$ Jahren 540 fl. Interessen; wie gross ist das Capital?
- 520) Wie gross ist das Capital, welches in $2\frac{1}{4}$ Jahren zu 4 Procent 270 Thlr. Interessen brachte?
- 521) Von einem Capital, welches zu $3\frac{1}{3}$ Procent verliehen war, betrugen die Zinsen in $7\frac{1}{2}$ Jahren 500 fl.; wie gross muss das Capital sein?
- 522) Wie gross ist das Capital, welches in 8 Monaten zu 5 Procent 360 fl. Interessen bringt?
- 523) Wie gross ist ein Capital, welches zu $4\frac{0}{10}$ in $1\frac{7}{12}$ Jahren 95 fl. Interessen brachte?
- 524) Wie gross muss die ausgeliehene Geldsumme sein, welche bei $4\frac{0}{10}$ in 3 Jahren 4 Monaten 340 Thlr. Zinsen tragen soll?
- 525) 1800 fl. Capital geben in einer gewissen Zeit 720 fl. Zins; welches Capital giebt in gleicher Zeit zu gleichem Zinsfusse 1000 fl. Zins?
- 526) Wenn 6700 fl. Capital zu $4\frac{1}{4}$ Procent in 4 Jahren gerade so viel Zins tragen, als ein anderes Capital in 5 Jahren zu $5\frac{0}{10}$; wie gross ist dieses letztere Capital?
- 527) Wie viel Capital wird erfordert, um in 1 Jahr 4 Monaten bei 5 Procent so viel Zins zu erhalten, als von 11200 fl. zu 4 Procent in 5 Monaten?
- 528) Wie gross ist das Capital, dessen zweijährige Zinsen zu $3\frac{1}{2}\frac{0}{10}$ 126 fl. betrugen?
- 529) Wie gross ist das Capital, dessen 7 monatliche Zinsen zu $4\frac{0}{10}$ 210 Thlr. betragen?
- 530) Wie viel Capital muss man ausleihen, um in 6 Jahren zu $5\frac{0}{10}$ 652 fl. 48 Kr. Zins zu erhalten?

3) Berechnung des Zinsfußes oder der Procente

(aus dem Capitale, den Zinsen und der Zeit.)

K o p f r e c h n e n.

1s Beispiel: Zu welchem Zinsfuße tragen 800 fl. Capital jährlich 40 fl. Zins?

Berechnung: Zu welchem Zinsfuße heißt mit andern Worten: Wie viel fl. Zins geben jährlich 100 fl. Capital? 40 fl. Zins sind in 800 fl. Capital 20mal enthalten. Die Zinsen betragen daher den 20. Theil des Capitals. Der 20. Theil von 100 fl. ist aber 5 fl.; obiges Capital ist daher zu 5 Procent ausgeliehen.

Kürzer: 800 fl. Capital geben 40 fl. Zinsen. Da 100 fl. nur der 8. Theil von 800 fl. sind, so tragen auch 100 fl. Cap. nur den 8. Theil von 40 fl. $= \frac{40}{8} = 5$ fl.

2s Beispiel: Zu wie viel Procent ist ein Capital von 600 fl. ausgeliehen, das in 3 Jahren 72 fl. Zins bringt?

Berechnung: Wenn 600 fl. in 3 Jahren 72 fl. Zins tragen, so tragen sie in 1 Jahre den 3ten Theil von $72 = 24$ fl. Tragen 600 fl. Capital jährlich 24 fl. Zins, so trägt 100 fl. den 6. Theil von 24, also 4 fl. Zins. Das Cap. ist daher zu 4% ausgeliehen.

3s Beispiel: Wie hoch muß ein Capital von 400 fl. ausgeliehen sein, welches in $3\frac{3}{4}$ Jahren 75 fl. Zins tragen soll?

Berechnung: Wenn 400 fl. in $3\frac{3}{4} = 1\frac{5}{4}$ J. 75 fl. Zins tragen, so bringen sie in $\frac{1}{4}$ Jahr den 15. Theil von 75 fl. $= 5$ fl., in einem ganzen oder in $\frac{4}{4}$ Jahren aber 20 fl. Tragen 400 fl. in 1 Jahre 20 fl., so bringen 100 fl. den 4. Theil von 20, also 5 fl. Das Capital ist demnach zu 5% ausgeliehen.

531) Zu wie viel Procent sind 1000 fl. ausgeliehen, wenn die einjährigen Zinsen 60 fl. betragen?

532) Zu welchem Zinsfuße tragen 3000 fl. in 1 Jahre 150 fl. Zins?

533) Wer von 900 Thalern jährlich 36 Thlr. Zinsen einnimmt, zu wie viel Procent hat der das Capital ausgeliehen?

534) Theodor nimmt von 700 fl., die er 2 Jahre lang ausgeliehen hat, 56 fl. Zinsen ein; zu wie viel Procent ist das Geld weggegeben worden?

535) Wie groß ist der Zinsfuß, wenn man von 1000 Thalern in 5 Monaten 25 Thaler Zins erhält?

536) Zu wie viel Procent sind 1500 fl. ausgeliehen, wenn die 3jährigen Zinsen 180 fl. betragen?

- 537) Zu wie viel Procent sind 2500 fl. ausgeliehen, dessen 5jährige Zinsen 500 fl. betragen?
- 538) Welches ist der Zinsfuß von 1200 fl. Capital, welches 40 fl. jährlich Interessen giebt?
- 539) Welches ist der Zinsfuß eines Capitals von 400 fl., wenn dasselbe in 4 Jahren 64 fl. Zinsen trug?

Z i f f e r r e c h n e n .

1s Beispiel: Welches ist der Zinsfuß von einem Capital, das 3200 fl. stark ist und jährlich 144 fl. Zinsen trägt?

Berechnung a) nach dem Zweisatz:

3200 fl. C.	144 fl. Z.
100 „ „	?
3200 „ „	144 „ „
100 „ „	32 : 144 = $4\frac{1}{2}$

Wenn 3200 fl. Cap. jährl. 144 fl. Zins abwerfen, so tragen 100 fl. nur den 32. Theil von 144 fl. = $4\frac{1}{2}$ fl. Das Capital ist daher zu $4\frac{1}{2}$ Procent angelegt.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\begin{array}{r} 9 \\ 18 \\ 144 \times 100 \\ \hline \text{Zins fl. ?} \quad 3200 \end{array} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Wie gross ist der Zinsfuß?
Wenn 3200 fl. Cap. 144 fl. Zinsen tragen, so trägt 1 fl. Cap. den 3200. Theil von 144 fl. Z., 100 fl. Cap. tragen aber 100mal so viel, als 1 fl. Capital.

2s Beispiel: Zu wie viel Procent ist ein Capital von 500 fl. ausgeliehen, wenn dasselbe in $3\frac{1}{2}$ Jahren $87\frac{1}{2}$ fl. Interessen brachte?

Vorbereitende Rechnung: $3\frac{1}{2}$ J. = $\frac{7}{2}$ J.; $87\frac{1}{2}$ fl. = 175 fl.

a) Nach dem Zweisatze:

500 fl. C.	$\frac{7}{2}$ J.	175 fl. Z.
100 „ „	1 „	?
500 „ „	$\frac{7}{2}$ „	175
100 „ „	$\frac{7}{2}$ „	$5 : 175 = \frac{35}{2}$
100 „ „	$\frac{1}{2}$ „	$7 : \frac{35}{2} = \frac{5}{2}$
100 „ „	1 „	$2 \times \frac{5}{2} = 5$

tragen sie daher $2 \times 5 = 10$ fl. Das Capital ist demzufolge zu $5\frac{10}{100}$ verliehen.

Wenn 500 fl. Cap. in $\frac{7}{2}$ Jahren 175 fl. Z. tragen, so tragen 100 fl. in $\frac{7}{2}$ J. den 5. Theil von $175 = \frac{35}{2}$, in $\frac{1}{2}$ J. tragen sie aber nur den 7. Theil von $\frac{35}{2} = \frac{5}{2}$, in einem ganzen Jahr

b) Nach dem Dreisatze:

$$\begin{array}{r} 5 \\ 35 \\ 175 \times 100 \times 2 \\ \hline \text{Zins fl. ? } 2 \times 500 \times 7 = 5 \text{ fl.} \end{array}$$

ist zur Erzielung des nämlichen Zinses nur der $\frac{7}{5}$ Theil des Cap. nöthig, das erforderlich ist, um diesen Zins in 1 J. zu tragen.

Zu wie viel Procent ist ein Cap. ausgeliehen? Wenn 500 fl. Capital $1\frac{7}{5}$ fl. Zins tragen, so trägt 1 fl. Capital den 500. Theil von $1\frac{7}{5}$ fl., 100 fl. Cap. tragen aber 100mal so viel, als 1 fl. C. In $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ Jahren ist zur Erzielung des nämlichen Zinses nur der $\frac{7}{5}$ Theil des Cap. nöthig, das erforderlich ist, um diesen Zins in 1 J. zu tragen.

540) Welches ist der Zinsfuss eines Capitals von $333\frac{1}{3}$ fl., wenn dasselbe jährlich 13 fl. 20 Kr. Interessen brachte?

541) Zu wie viel Procent ist ein Cap. von 1000 fl. ausgeliehen, wenn dasselbe in $5\frac{1}{4}$ Jahren $236\frac{1}{4}$ fl. Zinsen einträgt?

542) Zu welchem Zinsfuss sind 1250 fl. Cap. ausgeliehen, wenn dasselbe in $6\frac{1}{4}$ Jahren $260\frac{5}{8}$ fl. Zinsen abwirft?

543) Welches ist der Zinsfuss eines Capitals von 900 fl., wenn dasselbe in $3\frac{1}{2}$ Jahren $141\frac{3}{4}$ fl. Zins trägt?

544) Gustav hatte 880 fl. Cap. verliehen und nahm hiefür in 2 J. und 1 Monat 73 fl. 20 Kr. Zins ein. Zu wie viel Procent ist dieses Geld verliehen?

545) Albert kaufte sich vor 8 Jahren ein Gut, welches ihm auf 7500 Thlr. zu stehen kam. Dasselbe hat seit dieser Zeit 4000 Thlr. reines Einkommen gewährt. Zu wie viel Procent verinteressirte es sich?

546) Wie hoch müssen 5800 fl. ausgeliehen werden, um in der gleichen Zeit denselben Zins zu tragen, welchen 6960 fl. Cap. zu $3\frac{3}{4}$ Procent geben?

547) Zu wie viel Procent müssen 1000 fl. ausgeliehen werden, um in 6 Jahren denselben Zins zu tragen, den 1600 fl. zu 5 Procent in 4 Jahren geben?

548) Ein Capital hat zu $5\frac{9}{10}$ in 6 Jahren 240 fl. Zins getragen; wie hoch muss es ausgeliehen werden, um in 5 Jahren 152 fl. Zins zu tragen?

549) Zu wie viel Procent war ein Capital von 6000 fl. ausgeliehen, von welchem man in 8 Jahren 2160 Thlr. Zinsen erhalten hat?

550) Von einem Capitale, das zu 4 Procent ausgeliehen ist, erhält man in $1\frac{1}{2}$ Jahren 72 fl.; zu wie viel Procent muss dasselbe ausgeliehen werden, damit es in 1 Jahre 54 fl. Zinsen eintrage?

551) Zu wie viel Procent haben 525 Thaler Capital gestanden, die in $1\frac{1}{3}$ Monat $3\frac{1}{2}$ Thaler Zinsen brachten?

4) Berechnung der Zeit

(aus dem Capitale, den Zinsen und dem Zinsfuße.)

Kopfrechnen.

Beispiel: Wie lange müssen 500 fl. zu 5 Procent stehen, um 300 fl. Zinsen zu bringen?

Berechnung: Zu 5 Procent tragen 100 fl. Capital jährlich 5 fl. Zins, 500 fl. daher $5 \times 5 = 25$ fl. Zins. So oft nun 25 in den 300 fl. Zinsen enthalten sind, so viele Jahre muß das Capital stehen. $25 : 300 = 12$. Das Capital muß daher 12 Jahre stehen.

552) Wie lange haben 600 fl. gestanden, wenn sie zu 4 Procent 240 fl. Zinsen getragen haben?

553) Wie lange müssen 200 fl. zu 5 Procent stehen, bis sie 25 fl. Zinsen bringen?

554) Wie lange müssen 300 fl. zu 4 Procent stehen, bis die Zinsen: a) 36 fl., b) 84 fl., c) 108 fl. betragen?

555) Jemand nahm von 1000 fl. Capital, das zu $4\frac{1}{2}$ Procent verliehen war, 450 fl. Zins ein. Für wie viel Jahre ist der Zins bezahlt worden?

556) Wie lange müssen 600 fl. Capital zu 5 Procent verliehen sein, bis sie a) 120 fl., b) 190 fl., c) 200 fl., d) 250 fl. Zinsen einbringen?

557) Wie lange haben 20 fl. zu 5 Procent gestanden, wenn die Zinsen 3 fl. betragen?

558) Wie lange muß 1 fl. zu $5\frac{1}{2}$ stehen, wenn die Zinsen 40 Kr. betragen sollen?

559) Wie lange hat ein Schuldner 400 fl. zu $4\frac{1}{2}$ benützt, wenn die Zinsen hiervon 96 fl. betragen?

560) Wie viele Jahre müssen 750 fl. Capital zu 4 Procent stehen, um 180 fl. Zins zu bringen?

561) Fritz sagte: Wie viele Jahre habe ich mein Capital schon verborgt? Es ist 500 fl. stark, steht zu 4 Procent und hat mir bereits 250 fl. Interessen gebracht. Beantwortet ihm diese Frage!

Zifferrechnen.

Beispiel: Wie lange müssen 300 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Procent stehen, bis sie 90 fl. Zinsen bringen?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

100 fl. C.	$4\frac{1}{2}$ fl. Z.	1 J.
300 „	90 „	? „

100 „	$\frac{9}{2}$ „	1 „
-------	-----------------	-----

300 „	$\frac{9}{2}$ „	$3 : 1 = \frac{1}{3}$ J.
-------	-----------------	--------------------------

300 „	9 „	$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
-------	-----	--------------------------------------

300 „	90 „	$10 \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ J.
-------	------	--

Erzielung von 9 ganzen fl. sind aber $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ J. nöthig. Wenn diese 300 fl. C. aber 90 fl., also 10 mal so viel als 9 fl. Zinsen abwerfen sollen, dann sind auch $10 \times \frac{2}{3}$ Jahre nöthig $= \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ J.

Wenn 100 fl. C. $\frac{9}{2}$ fl. Z. abwerfen sollen, so müssen sie 1 J. ausgeliehen sein, 300 fl. brauchen aber zur Erzielung dieses Zinses nur den 3. Theil von 1 J. $= \frac{1}{3}$ J. ausgeliehen sein. Zur

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{1 \quad 100 \times 2 \times 10}{\text{Jahre?} \quad 300 \times 9} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ Jahre.}$$

Frage: Wie viel Jahre? Wenn 100 fl. Cap. 1 Jahr lang ausstehen muss, um

einen gewissen Zins zu tragen, so muss 1 fl. C. 100 J. ausstehen, 300 fl. C. aber nur den 300. Theil so lang, als 1 fl. C. Wenn das Geld zu $1\frac{1}{2}\%$ ausgeliehen ist, so muss es $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ mal so lang ausstehen, als wenn es $4\frac{1}{2}$ Procent abwerfen soll; wenn es aber 90 fl. Zins abwerfen soll, so muss es 90 mal so lang ausgeliehen sein, als wenn es nur 1 fl. Z. tragen soll.

562) Wie lange müssen 1000 Thlr. zu $3\frac{1}{3}\%$ Procent stehen, um 135 Thlr. Zins einzubringen?

563) Wie viel Jahre muss ein Capital von 750 fl. ausgeliehen sein, wenn es, zu $3\frac{1}{3}\%$ Procent verborgt, $137\frac{1}{2}$ fl. Zins tragen soll?

564) Auf wie viele Jahre müssen 800 fl. zu $3\frac{1}{2}\%$ Procent ausgeliehen sein, bis sie 490 fl. Zins einbringen?

565) Georg hatte 1250 fl. Cap. zu 3 Procent ausgeliehen. Dieses Capital trug ihm $562\frac{1}{2}$ fl. Zinsen. Wie viel Jahre war es verliehen?

566) In welcher Zeit tragen 3000 fl. bei 5 Procent 750 fl. Zins?

567) In welcher Zeit geben 7800 fl. Cap. so viel Zins, als 6500 fl. Cap. in $4\frac{1}{2}$ Jahren?

568) Ein Capital bringt in 8 Jahren 288 fl. Zins; wie viel Zeit braucht es, um bei dem nämlichen Zinsfusse 324 fl. zu bringen?

569) Wenn 4050 fl. Capital in 4 Jahren 810 fl. Zins tragen, in welcher Zeit geben 2650 fl. Capital 176 fl. 40 Kr. Zins?

570) Wie lange muss ein Capital von 650 fl. bei 6 Procent ausstehen, um 312 fl. Zinsen zu tragen?

571) Wenn 8540 fl. in 5 Jahren 1708 fl. Zins tragen, wann werden 4750 fl. Cap. $712\frac{1}{2}$ fl. Zins tragen?

5) Aufgaben, in welchen die Zahl der Tage erst aus der Zeitdauer bestimmt werden muß.

Die Zeit der verfallenen Zinse ist öfters nicht geradezu angegeben, sondern bloß der Tag, an welchem das Capital verliehen wurde, und der Tag, an welchem der Zins verfallen ist, oder Capital und Zins heimbezahlt werden muß. Hieraus muß nun die Zeitdauer, für welche der Zins zu zahlen ist, berechnet werden. Man nimmt bei diesen Berechnungen das Jahr der Bequemlichkeit halber nur zu 360 Tagen und jeden Monat zu 30 Tagen an. Dies ist auch hier geschehen. Der Tag, an welchem der Zins fällig ist, wird gewöhnlich nicht gerechnet. Wenn daher z. B. der Zins vom 1. Jan. bis 21. Febr. berechnet werden soll, so nimmt man 30 und 20, also im Ganzen 50 Tage an.

Übungen für das Kopfrechnen auf dieser Stufe führen wir hier nicht vor, weil sie für die meisten Schüler zu viele Schwierigkeiten darbieten.

Z i f f e r r e c h n e n .

Beispiel: Wie viele Zinsen bringen 875 fl. zu 6 Procent vom 27. Septbr. bis zum 16. Oktober?

Berechnung: Vom 27. Septbr. bis zu Ende des Monats sind 4 Tage; dazu noch 15 = 19 Tage.

a) Nach dem Zweisatze:

100 fl. C.	360 T.	6 fl. Z.	
875 „	19 „	?	„
100 „	360 „	6 „	
100 „	1 „	$360 : 6 = \frac{6}{360} = \frac{1}{60}$	
1 „	1 „	$100 : \frac{1}{60} = \frac{60}{100}$	
875 „	1 „	$875 \times \frac{60}{100} = \frac{875}{10} = 87 \frac{5}{10}$	
875 „	19 „	$19 \times \frac{7}{48} = \frac{133}{48} = 2 \frac{37}{48}$ fl.	

Wenn 100 fl. Cap. in 360 T. 6 fl. Z. tragen, so tragen sie in 1 Tag den 360. Theil von 6 fl. = $\frac{6}{360} = \frac{1}{60}$ fl. C. trägt aber in 1 Tag nur den 100. Th. von $\frac{1}{60} = \frac{1}{6000}$ fl., 875 fl. tragen daher in 1 Tag $\frac{875}{6000} = \frac{7}{48}$ fl., in 19 Tagen tragen sie aber $19 \times \frac{7}{48} = 2 \frac{37}{48}$ fl. Zins.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\begin{array}{r} 7 \\ 35 \\ 175 \\ \hline 6 \times 875 \times 19 \\ \hline \text{Zins fl.} \end{array} \begin{array}{r} 100 \times 360 \\ 20 \quad 72 \\ 4 \quad 12 \end{array} = \frac{133}{48} = 2 \frac{37}{48} \text{ fl. Zins.}$$

Theil des Zinses ab, den es in 1 Jahr = 360 Tagen abwirft, in 19 Tagen aber 19 mal so viel, als in 1 Tag.

Frage: Wie viel fl. Zins? Wenn 100 fl. C. 6 fl. Z. abwerfen, so wirft 1 fl. den 100. Theil von 6 fl. Z. ab, 875 fl. Cap. werfen aber 875 mal so viel ab, als 1 fl. Cap. In 1 Tag wirft ein Capital den 360.

- 572) Wie viel Zinsen bringen 987 fl. zu 4 Procent vom 14. Octbr. bis zum 25. Novbr.?
- 573) Wie viel Zins tragen 400 fl. zu 4 Procent vom 18. August 1844 bis zum 13. Februar 1848?
- 574) Wie viel Zins geben 2500 Thlr. zu 5 Procent vom 2. bis 20. Februar?
- 575) Jemand hat am 10. Juni 250 fl. zu zahlen, trägt sie aber erst am 10. October desselben Jahres ab und zwar mit 6 Proc. Zins; wie viel beträgt der Zins?
- 576) 160 fl., zahlbar den 14. Mai, werden den 9. Dezbr. abgetragen, und bis dahin mit 4 Procent verzinset; wie viel beträgt der Zins?
- 577) Jemand lieh den 15. Septbr. 1804 ein Capital von 12450 fl. zu 6 Procent aus und bekam den 15. Jan. 1815 das Capital sammt den Zinsen wieder zurück; wie viel betrug der Zins bis dorthin?
- 578) Was bringen 715 fl. zu 5 Procent vom 11. Mai 1831 bis zum 26. Aug. 1834 an Zinsen?
- 579) Wie viel machen die Zinsen von 1065 Thalern zu $4\frac{0}{8}$ in 3 Monaten $2\frac{1}{2}$ Tagen?
- 580) Wie viel Zinsen bringen 798 fl. Cap. zu 4 Procent vom 1. bis 26. Juli?
- 581) Wie viel Zinsen bringen 1596 Thlr. Capital zu 6 Procent vom 1. April 1834 bis zum 1. October 1837?

6) Einige Abkürzungen zur Auffindung der Zinse mehrerer Capitalien beim Zifferrechnen.

Is Beispiel: Wie viel betragen die jährlichen Zinsen zu $5\frac{0}{8}$ von $350 + 472 + 1260 + 1628$ fl.?

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

350 fl. Cap.	100 fl. C.	5 fl. Z.	Die 4 Cap. zusammen betrag. nach nebenstehen- der Rechnung 3710 fl. Wenn nun 100 fl. 5 fl. Zins tragen, so tragen 10 fl. Cap. $\frac{5}{10}$ od. $\frac{1}{2}$ fl. Zins; 3710 fl. aber $371 \times \frac{1}{2} = 185\frac{1}{2}$ fl. Zins.
472 „ „	3710 „ „	? „ „	
1260 „ „	100 „ „	5 „ „	
1628 „ „	1 „ „	$100 : 5 = 1\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ fl.	
3710 „ „	3710 „ „	$3710 \times \frac{1}{2} = 185\frac{1}{2}$ fl.	

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{5 \times 3710}{\text{Zins fl. } 100} = \frac{371}{2} = 185\frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Die 4 Cap. müssen wie oben zusammen gezählt werden. Frage: Wie viel fl. Zins? Wenn 100 fl. C.

5 fl. Z. tragen, so trägt 1 fl. den 100. Theil von 5 fl., 3710 fl. Cap. tragen aber 3710mal so viel, als 1 fl. Cap.

(Es geht aus dieser Berechnung hervor: Bei gleicher Zeit und gleichem Zinsfusse findet man von verschiedenen Capitalien die Zinsen dadurch, dass man die Capitalien addirt und aus dieser Summe den Zins sucht.)

2s Beispiel: Albert hat zu 4 Procent ausstehen: 6250 fl. auf 3 Jahre, 4837 fl. 30 Kr. auf 4 Jahre und 3000 fl. auf 2 J. 6 Monate; wie viel betragen die sämmtlichen Zinsen?

Berechnung:

$$\begin{array}{lcl} 6250 \text{ fl. auf 3 J.} & = 6250 \times 3 & = 18750 \text{ fl. auf 1 J.} \\ 4837\frac{1}{2} \text{ „ „ 4 „} & = 4837\frac{1}{2} \times 4 & = 19350 \text{ „ „ 1 „} \\ 3000 \text{ „ „ 2}\frac{1}{2} \text{ „} & = 3000 \times 2\frac{1}{2} & = 7500 \text{ „ „ 1 „} \end{array}$$

Die 3 Capitalien zusammen = 45,600 fl. auf 1 J.

$$\begin{array}{lcl} 100 \text{ fl. C. 4 fl. Z.} & & \\ 45600 \text{ „ „ ?} & & \end{array}$$

100 „ „ 4 „ „
45600 „ „ 456 $\times$ 4 = 1824 fl. Z. denn ein Capital, das in 1 Jahre gerade so viel Zins tragen soll, als ein anderes auf 3 Jahre zu gleichem Zinsfuss ausgeliehenes, muss auch 3mal so gross sein, als das letztere. Um nun die verschiedenen Capitalien mit ihrer verschiedenen Zeit auf eine einzige Zeit zurückzuführen, muss man Cap. und Zeit multipliciren und dann die daraus entstehenden Capitalien addiren.

6250 fl. Cap. tragen in 3 Jahren gerade so viel Zinsen, als 6250 $\times$ 3 fl. = 18750 fl. C. in 1 Jahre;

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

Die einleitende Rechnung gerade so, wie beim Zweisatze.

$$\frac{4 \times 45,600}{\text{Zins fl. ? } 100} = 1824 \text{ fl. Zins.}$$

100 fl. Cap. werfen 4 fl. Zins ab, 1 fl. C. wirft daher den 100. Theil von

4 fl. ab, 45,600 fl. Capital tragen aber 45,600mal so viel Zinsen, als 1 fl. Capital.

Aus Obigem geht die Regel hervor: Wenn man die Zinsen verschiedener, zu gleichem Zinsfusse, aber auf verschiedene Zeit ausgeliehener Capitalien finden will, so multiplicire man jedes Capital mit seiner Zeit und addire dann die Produkte. Hierdurch erhält man ein einziges Capital in einer einzigen Zeit, z. B. auf 1 Jahr, 1 Monat etc., woraus dann der Zins leicht berechnet werden kann.

3s Beispiel: Wie viel betragen die Zinsen in 2 Jahren von 750 fl. Cap. zu $4\frac{0}{0}$, von 1280 fl. Cap. zu $5\frac{1}{2}\frac{0}{0}$ und von 324 fl. zu $6\frac{0}{0}$?

$$\begin{array}{lcl} 750 \text{ fl. zu } 4\frac{0}{0} & = & 750 \times 4 = 3000 \text{ fl. zu } 1\frac{0}{0} \\ 1280 \text{ „ „ } 5\frac{1}{2} \text{ „} & = & 1280 \times 5\frac{1}{2} = 7040 \text{ „ „ } 1 \text{ „} \\ 324 \text{ „ „ } 6 \text{ „} & = & 324 \times 6 = 1944 \text{ „ „ } 1 \text{ „} \end{array}$$

Die 3 Cap. zusammen 11984 fl. zu $1\frac{0}{0}$

Berechnung: a) nach dem Zweisatze:

100 fl. C.	1 J.	1 fl. Z.
11984 „ „	2 „	? „ „
100 „ „	1 „	1 „ „
1 „ „	1 „	$\frac{1}{100}$ „ „
11984 „ „	1 „	$11984 \times \frac{1}{100} = \frac{11984}{100}$
		23968
11984 „ „	2 „	$2 \times \frac{11984}{100} = \frac{23968}{100}$
		$100 : 23968 = 239\frac{68}{100} \left \frac{4}{25} = 239\frac{17}{25} \text{ fl. Zins.} \right.$

750 fl. zu $4\frac{0}{0}$ tragen eben so viel Zins, als $750 \times 4 = 3000$ fl. zu $1\frac{0}{0}$; denn ein Cap., das in gleicher Zeit zu $1\frac{0}{0}$ gerade so viel Zins tragen soll, als ein anderes zu $4\frac{0}{0}$, muss auch 4mal so gross sein, als das erstere etc.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

Die einleitende Rechnung eben so, wie beim Zweisatze.

$$\begin{array}{lcl} 1 \times 11984 \times 2 & = & \frac{5992}{25} = 239\frac{17}{25} \text{ fl. Z.} \end{array}$$

Wenn 100 fl. Cap 1 fl. Zins abwerfen, so trägt 1 fl. C. den 100. Theil von 1 fl. Z., 11984 fl. C. tragen aber 11984mal so viel, als 1 fl. Cap. In 2

Jahren tragen sie 2mal so viel, als in 1 Jahre.

Regel für obiges Verfahren: Bei gleicher Zeit, aber ungleichen Capitalien und ungleichem Zinsfusse multiplicire man jedes Capital mit seinem Zinsfusse und addire dann die Produkte. Hierdurch erhält man ein einziges Capital, zu $1\frac{0}{0}$ verliehen.

4s Beispiel: Bernhard hat die Zinsen von 800 fl. zu $4\frac{0}{0}$ auf $2\frac{1}{2}$ Jahre, von 500 fl. zu $3\frac{0}{0}$ auf 5 Jahre und von 600 fl. Cap. zu $6\frac{0}{0}$ auf 8 Jahre ausstehen; wie viel betragen solche?

Berechnung:

$$\begin{array}{lcl} 800 \text{ fl. zu } 4\frac{0}{0} & = & 3200 \text{ fl. zu } 1\frac{0}{0}; \quad 3200 \text{ in } 2\frac{1}{2} \text{ J.} = 8000 \text{ fl. in } 1 \text{ J.} \\ 500 \text{ „ „ } 3 \text{ „} & = & 1500 \text{ „ „ } 1 \text{ „} \quad 1500 \text{ „ } 5 \text{ „} = 7500 \text{ „ „ „ „} \\ 600 \text{ „ „ } 6 \text{ „} & = & 3600 \text{ „ „ } 1 \text{ „} \quad 3600 \text{ „ } 8 \text{ „} = 28800 \text{ „ „ „ „} \end{array}$$

Diese 3 Capitalien betragen so viel, als 44,300 fl. C. zu $1\frac{0}{0}$ in 1 Jahre.

a) Nach dem Zweisatze:

100 fl. C.	1 J.	1 fl. Z.
44300 „ „	1 „	?
100 „ „	1 „	1 „
1 „ „	1 „	$\frac{1}{100}$ „
44,300 „ „	1 „	$44300 \times \frac{1}{100} = \frac{44300}{100} = 443 \text{ fl. Z.}$

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

Die einleitende Rechnung gerade so, wie beim Zweisatze.

$$\frac{1 \times 44300}{\text{Z. fl. ? } 100} = 443 \text{ fl. Z.}$$

100 fl. Cap. geben 1 fl. Z., 1 fl. C. gibt demnach den 100. Theil von 1 fl. Zins, 44300 fl. C. geben aber 44300mal so viel, als 1 fl. Cap.

Aus obiger Rechnung folgt die Regel: Wenn sowohl die Capitalien, als auch die Zeiten und der Zinsfuss ungleich sind, so multiplicire man die Capitalien mit dem Zinsfusse und der Zeit, und addire diese Produkte. Hierdurch erhält man ein einziges Capital, zu 1 Procent auf einerlei Zeit verliehen. Nachdem dieses geschehen, ist der Zins leicht zu finden.

582) Wie viel Zins nimmt Joseph in 6 Jahren von 770 fl. Cap., 6890 fl. C., 4730 fl. und 7140 fl. C. ein, wenn diese Capitalien zu $4\frac{1}{2}$ Procent ausgeliehen wurden?

583) Wie viel betragen die jährlichen Zinsen zu $6\frac{0}{10}$ von 350, 460, 670, 780, 840 und 900 fl. Cap.?

584) Wie viel betragen die Zinsen in 5 Monaten zu $4\frac{1}{2}$ Procent von 1000 fl. C., 600 fl. C. 480 fl., 960 fl., 740 und 590 fl. Cap.?

585) Wie viel ist der sämmtliche Betrag der Zinsen von 200 fl. Cap. auf 3 Monate, von 600 fl. Cap. auf 4 Mon., 800 fl. Cap. auf 5 Mon., und 1000 fl. auf 6 Monate zu 4 Procent?

586) Wie gross ist der Zins folgender Capitalien bei $3\frac{1}{2}$ Procent: 960 fl. in $3\frac{1}{3}$ Jahren, 480 fl. in $2\frac{1}{2}$ Jahren, 350 fl. in 4 Jahren und 620 fl. in $1\frac{3}{7}$ Jahren?

587) Wie viel betragen die Zinsen in 9 Monaten von 500 fl. zu 3 Procent, 650 fl. zu 4 Procent, 800 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Procent, 1000 fl. zu 5 Procent und 1400 fl. zu 6 Procent?

588) 4000 fl Cap. sind zu $3\frac{1}{2}$ Proc., 3420 fl. zu 4 Proc., 10000 fl. zu 2 Proc. und 6580 fl. zu 5 Proc. verliehen; wie viel tragen diese Capitalien in 6 Jahren Zins?

589) 1400 fl. Capital sind zu $5\frac{7}{5}$ Proc. auf 3 Jahre 9 Monate, 1000 fl. Capital zu 4 Proc. auf 1 Jahr 7 Monate, 1460 fl. zu 5 Proc. auf 5 Jahre und 600 fl. zu 6 Proc. auf 4 Jahre 6 Mon. ausgeliehen; wie viel erhält man aus diesen Capitalien zusammen Zins?

- 590) Wilhelm hat die Zinsen von 1160 fl. zu 5 Procent auf 7 Jahre 6 Monate, von 850 fl. zu 6 Procent auf 3 Jahre 5 Monate, und von 120 fl. zu 4 Procent auf 3 Jahre 9 Monate einzunehmen; wie viel betragen diese zusammen?
- 591) 8000 fl., 3125 fl., 77500 fl. und 2625 fl.; wie viel betragen diese Capitalien nach $3\frac{1}{2}$ Jahren an Zinsen, wenn sie alle zu 4 Procent angelegt waren?
- 592) Wie gross ist der Zins folgender Capitalien: 1500 fl. in $6\frac{2}{3}$ Jahren, 780 fl. in $2\frac{2}{3}$ Jahren und 1120 fl. in $3\frac{1}{2}$ Jahren, wenn sie alle zu 5 Procent ausgeliehen sind?
- 593) Was betragen die sämmtlichen Zinsen von 200 fl. Cap. in 3 Monaten zu 5 Proc., 300 fl. in 2 Mon. zu 6 Proc., 400 fl. in $2\frac{1}{2}$ Mon. zu 4 Proc., 600 fl. in 4 Mon. zu 5 Proc., 800 fl. in $3\frac{1}{2}$ Mon. zu 4 Proc. und 900 fl. in 5 Mon. zu 6 Procent?
- 594) Wie viel beträgt der Zins von 2250 fl. bei 5 Procent, 2520 fl. bei $3\frac{3}{4}$ Proc., 3600 fl. bei $5\frac{1}{2}$ Proc. und 2880 fl. bei $6\frac{2}{3}$ Proc., wenn alle Capitalien 6 Jahre lang ausstanden?
- 595) Wie viel Zinsen tragen 1800 fl. in 10 Monaten zu 6 Procent, 1600 fl. in 7 Monaten zu 4 Procent, 1200 fl. in 8 Mon. zu 5 Procent, 800 fl. in 5 Monaten zu 4 Procent, 600 fl. in 4 Mon. zu 6 Proc. und 400 fl. in 6 Mon. zu 5 Procent?
- 596) Wie viel beträgt der Zins folgender auf $3\frac{1}{2}$ Jahre ausgeliehener Capitalien: 2550 fl. bei $4\frac{2}{3}$ Proc., 2430 fl. bei $6\frac{2}{3}$ Proc. und 3300 fl. bei $5\frac{1}{3}$ Procent?

B. Terminrechnung.

Die Terminrechnung zeigt, wie man mit gegenseitiger Uebereinstimmung eine Summe Geldes, welche in verschiedenen Terminen zu zahlen ist, in einem Termine oder auf einmal bezahlen kann, ohne dass Jemand dadurch benachtheiligt wird. Die Zeit, in welcher das Geld auf einmal bezahlt wird, nennt man gewöhnlich den mittleren Zahlungstermin.

Bei dieser Berechnung kommen verschiedene Fälle vor, entweder:

- 1) die zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien sind sämmtlich gleich gross, oder
- 2) die zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien sind von verschiedener Grösse, oder
- 3) die Zinsfusse der Capitalposten sind nicht gleich gross, oder
- 4) die ersten Abschlagszahlungen sind zu anderer, als der festgesetzten Zeit geleistet worden, und es entsteht in diesem Falle die Frage, wann der Rest gezahlt werden müsse.

Durch die weiter oben gezeigten Abkürzungen lassen sich diese Rechnungen leicht berechnen.

1) Mittlerer Zahlungstermin bei gleich grossen, aber zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien.

Beispiel: Es soll Jemand 600 fl. in 3 Jahren, und zwar jedes Jahr 200 fl., ohne Zins zahlen. Wenn er nun diese 600 fl. auf einmal bezahlen will, in welcher Zeit wird dieses ohne Jemandes Nachtheil geschehen müssen?

Vorbereitende Berechnung:

200 fl. C. in 1 Jahre tragen so viel Zins, als 200 fl. in 1 J.

200 „ „ „ 2 „ „ „ „ „ 400 „ „ 1 „

200 „ „ „ 3 „ „ „ „ „ 600 „ „ 1 „

600 „ „ in obigen Terminen „ „ „ „ 1200 „ „ 1 „

Die zu beantwortende Frage ist nun: Wie viel Jahre brauchen obige 600 fl., um einen gewissen Zins zu tragen, wenn hiezu 1200 fl. 1 Jahr brauchen?

a) Nach dem Zweisatze:

1200 fl. C. 1 J.

600 „ „ ?

1200 „ „ 1

1 „ „

$1200 \times 1 = 1200$ J.

600 „ „

$600 : 1200 = 2$ J.

Wenn 1200 fl. Cap. 1 J. brauchen, um einen gewissen Zins zu tragen, so braucht 1 fl. hiezu $1200 \times 1 = 1200$ J., 600 fl. C. aber den 600. Theil von 1200 Jahren $= 2$ Jahre.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\frac{1 \times 1200}{600} = 2 \text{ Jahre.}$$

600. Theil von der Zeit, die 1 fl. braucht.

Wenn 1200 fl. C. 1 J. brauchen, um einen gewissen Zins zu zahlen, so braucht 1 fl. Cap. 1200×1 J.; 600 fl. C. brauchen aber hiezu den

Kürzere Berechnung: $600 : 1200 = 2$ Jahre.

Regel: Wenn man bei gleich grossen, aber zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien den mittleren Zahlungstermin finden will: so multiplicirt man jedes Capital mit der Zeit, addirt die ursprünglichen Capitalsummen, dann die Summen der durch die Multiplication erhaltenen Producte und fertigt dann den Ansatz und die Berechnung.

597) Georg ist dem Benedikt 100 fl. in 2 Jahren und 100 fl. in 4 Jahren zu zahlen schuldig; zu welcher Zeit können beide Capitalien zugleich bezahlt werden, dass sie eben so viel Zinsen bringen, als der sämmtliche Zins ist, wenn jedes Capital einzeln bezahlt würde?

598) Es soll Jemand 400 fl. Cap. in 4 Jahren, und zwar jedes Jahr 100 fl. zahlen; in welcher Zeit wird dieses auf einmal geschehen können?

- 599) Adolph soll an Michael 2000 fl. in 5 gleichen Posten so abzahlen, dass 400 fl. in 2 Monaten, 400 fl. in $3\frac{1}{2}$ Monaten, 400 fl. in 5 Mon., 400 fl. in $7\frac{1}{2}$ Mon. und 400 fl. in $10\frac{1}{2}$ Mon. abgetragen werden; wann kann Adolph diese 2000 fl. auf einmal abtragen, ohne dass er oder Michael dabei in Nachtheil kommt?
- 600) Jemand kauft einen Acker für 1200 fl. in 4 Jahreszielen à 300 fl., ohne Zins zu bezahlen. Wann kann es aber auf einmal geschehen, ohne dass einer Schaden hätte?
- 601) Jemand ist 390 Thlr. in 6 nacheinander folgenden Jahren, also jährlich 65 Thlr. zu zahlen schuldig; zu welcher Zeit kann die Schuld auf einmal abgetragen werden?
- 602) 800 fl. sollen terminweise bezahlt werden, und zwar jährlich 100 fl.; wenn nun der Schuldner diese 800 fl. auf einmal bezahlen wollte: welches ist der Termin?

2) Mittlerer Zahlungstermin bei Capitalien von verschiedener Grösse zu verschiedenen Zeiten fällig.

1s Beispiel: Franz ist dem Heinrich 2000 fl. in 8 Monaten und 3400 fl. in 5 Monaten zu zahlen schuldig; wann können beide Capitalien ohne Nachtheil beider Personen auf einmal entrichtet werden?

Vorbereitende Rechnung:

2000 fl. C. tragen in 8 Mon. so viel Zins, als 16000 fl. C. in 1 M.	
3400 fl. „ „ „ 5 „ „ „ „ „ 17000 fl. „ „ 1 „	
5400 fl. in obigen Terminen tragen so viel, „ 33000 fl. „ „ 1 „	

Berechnung a) nach dem Zweisatze:

33000 fl. C.	1 M.
5400 fl. „	?

33000 „ „	1 „
1 „ „	$33000 \times 1 = 33000$ M.
5400 „ „	$5400 : 33000 = 6\frac{1}{9}$ M.

Die zu beantwortende Frage ist nun: Wie lange brauchen 5400 fl. Cap. zu einem gewissen Zins, wenn 33000 fl. C. 1 Monat hiezu brauchen?

b) Berechnung nach dem Dreisatze in Bruchform:

Die einleitende Berechnung gerade so, wie bei dem Zweisatze.

$$\frac{1 \times 33000}{5400} = \frac{55}{9} = 6\frac{1}{9} \text{ Mon.}$$

Monate?

33000 fl. Cap. brauchen 1 Mon. zur Erzielung eines gewissen Zinses; 1 fl. Capital braucht daher 33000×1 Mon. 5400 fl. C. brauchen aber den

5400. Theil der Zeit, den 1 fl. C. hiezu nöthig hat.

Kürzere Berechnung: $5400 : 33000 = 6\frac{1}{9}$ M.

2s Beispiel: 3000 fl. sollen in 3 Terminen bezahlt werden, nämlich 800 fl. sogleich, 1000 fl. nach 6 Monaten und 1200 fl. in 9 Monaten. Wann können diese 3000 fl. auf einmal bezahlt werden?

Vorbereitende Rechnung:

800 fl. in 0 Mon. tragen so viel Zins, als	0 fl. in 1 Mon.
1000 „ „ 6 „ „ „ „ „ „ „	6000 „ „ 1 „
1200 „ „ 9 „ „ „ „ „ „ „	10800 „ „ 1 „
3000 „ tragen in obigen Terminen so viel	
Zins als . . .	16800 „ „ 1 „

a) Nach dem Zweisatze:

16800 fl. C.	1 M.
3000 „ „	? „
16800 „ „	1 „
1 „ „	$16800 \times 1 = 16800$ M
3000 „ „	$3000 : 16800 = 5\frac{18}{30} = 5\frac{3}{5}$ Mon.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

Die einleitende Berechnung wie beim Zweisatze:

$$\frac{1 \times 16800}{\text{Mon. ?} \times 3000} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5} \text{ Mon.}$$

16800 fl. Cap. brauchen zur Erzielung eines gewissen Zinses 1 Monat; 1 fl. Cap. braucht daher hiezu 16800mal so lange; 3000 fl. Cap. brauchen aber nur den 3000. Theil der Zeit, den 1 fl. Cap. braucht.

Kürzere Berechnung: $3000 : 16800 = 5\frac{3}{5}$ Mon.

603) Ein Haus wird für 12000 fl. unter folgenden Bedingungen verkauft: 3000 fl. sind hievon sogleich baar zu erlegen, 2500 fl. sollen nach 4 Monaten, 1500 fl. nach 1 Jahr, der Rest nach $1\frac{1}{2}$ Jahren gezahlt werden. Welches ist der Zahlungstermin, wenn diese 12000 fl. auf einmal erlegt werden sollen?

604) 2000 fl. sollen in 3 Terminen bezahlt werden, nämlich 400 fl. nach 3 Monaten, 600 fl. nach 5 Monaten und 1000 fl. nach 7 Monaten. Wann können diese 2000 fl. auf einmal bezahlt werden?

605) Peter soll 1000 fl. in 3 Terminen bezahlen, und zwar 200 fl. in 3 Monaten, 500 fl. in 5 Mon. und 300 fl. in 8 Mon. Wann kann die Zahlung ohne Jemandes Nachtheil auf einmal geschehen?

606) Johann kauft ein Gut für 16000 fl., und soll davon 3000 fl. baar, 1200 fl. nach 6 Monaten, 1800 fl. nach 9 Mon., 2000 fl. nach 1 Jahre, 4000 fl. nach 1 Jahr 3 Mon. und 4000 fl. nach

1 Jahr 6 Mon. bezahlen. Nun will er mit Bewilligung des Verkäufers diese 16000 fl. auf einmal bezahlen; wann muss dieses geschehen, damit keinem ein Nachtheil erwächst?

607) Jemand ist 2400 fl. schuldig. Davon soll er 400 fl. in 2 Jahren, 800 fl. in 4 Jahren und 1200 fl. in 8 Jahren bezahlen. Wenn er diese 2400 fl. auf einmal zahlen will, zu welcher Zeit muss dieses geschehen, ohne dass Jemand Schaden dabei zu erleiden hat?

3) Mittlerer Zinsfuss und Zahlungstermin bei nicht gleich-grossem Zinsfusse der verschiedenen Capitalposten.

Beispiel: Jemand ist 800 fl. zu $6\frac{0}{0}$ auf 4 Jahre, 1600 fl. zu $5\frac{0}{0}$ auf 6 Jahre und 2400 fl. zu $4\frac{0}{0}$ auf 8 Jahre schuldig. Welches ist der mittlere Zinsfuss und Zahlungstermin?

Vorbereitende Rechnung:

800 fl. zu $6\frac{0}{0}$	=	4800 fl. zu $1\frac{0}{0}$ u.	4800 fl. in 4 J. =	19200 fl. in 1 J.
1600 fl. zu $5\frac{0}{0}$	=	8000 fl. zu $1\frac{0}{0}$ u.	8000 fl. in 6 J. =	48000 fl. in 1 J.
2400 fl. zu $4\frac{0}{0}$	=	9600 fl. zu $1\frac{0}{0}$ u.	9600 fl. in 8 J. =	76800 fl. in 1 J.
4800 fl.		22400 fl.	22400 fl.	144000 fl.

a) Nach dem Zweisatze:

I. R. 22400 fl. C. zu $1\frac{0}{0}$
 4800 fl. C. zu ?

22400 „ „ 1 „

1 „ „ 22400 $\times$ 1

4800 „ „ 4800 : 22400 = $4\frac{2}{3}$ Proc.

II. R. 144000 fl. C. in 1 J.

22400 „ „ ? „

144000 „ „ 1 „

1 „ „ 144000 $\times$ 1

22400 „ „ 22400 : 144000 = $6\frac{3}{7}$ J.

Zins, als 144000 fl. in 1 Jahre?

Die Berechnungen selbst bedürfen keiner Erklärung.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

Die einleitende Berechnung siehe oben bei dem Zweisatze.

Auch im Dreisatze sind nun 2 Rechnungen nöthig, nämlich:

α) Zu wie viel Proc. sind 4800 fl. ausgeliehen, wenn sie etc. (wie oben bei dem Zweisatz.)

Es sind nun 2 Rechnungen nöthig, um 1) den mittleren Zinsfuss, und 2) den Zahlungstermin zu finden.

1. Rechnungsaufgabe: Zu wie viel Proc. sind 4800 fl. ausgeliehen, wenn sie in gleicher Zeit so viel Zins tragen sollen, als 22400 fl. zu 1 Proc.?

2. Rechnungsaufgabe: In wie viel Jahren tragen 22400 fl. C. so viel

$$\begin{array}{r} 14 \\ 28 \\ \hline 1 \times 22400 \\ \text{Proc. ?} \quad 4800 \end{array} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3} \text{ Procent.}$$

β) In wie viel Jahren tragen 22400 fl. Cap. so viel Zins, als 144000 fl. in 1 Jahr?

$$\begin{array}{r} 45 \\ 180 \\ \hline 1 \times 144000 \\ \text{Jahr ?} \quad 22400 \end{array} = \frac{45}{7} = 6\frac{3}{7} \text{ Jahre.}$$

- 608) Jemand will 600 fl. zu 4 Procent auf 5 Jahre, 800 fl. zu 5 Proc. auf 6 Jahre auf einmal zu gleichem Zinsfusse entrichten und zu gleicher Zeit. Zu welchem Zinsfusse und wann wird dies geschehen müssen?
- 609) Jemand ist schuldig: 600 Thlr. zu 4 Proc. auf 6 Monate, 900 Thlr. zu 5 Proc. auf 8 Mon., 1000 Thlr. zu 6 Proc. auf 4 Monate; welches ist der mittlere Zinsfuss und Zahlungstermin?
- 610) Wenn 500 fl. zu 5 Proc. auf 3 Jahre, 700 fl. zu $3\frac{3}{4}$ Proc. auf 4 Jahre, 400 fl. zu 4 Proc. auf 5 Jahre und 400 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Proc. auf 6 Jahre bezahlt werden sollten: welches wäre der mittlere Zinsfuss und der mittlere Zahlungstermin?
- 611) Folgende Capitalien sollen in einem Termine ausbezahlt werden: 600 fl. zu 4 Proc. in $1\frac{1}{2}$ Mon., 800 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Proc. in 2 Monaten, 1000 fl. zu 5 Proc. in 4 Mon., 1200 fl. zu $5\frac{1}{2}$ Proc. in 3 Mon.; welches ist der Termin?
- 612) Georg ist 250 fl. zu 4 Proc. auf $1\frac{1}{2}$ Jahre, 300 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Proc. auf 2 Jahre, 500 fl. zu 5 Proc. auf 4 Jahre und 600 fl. zu 6 Proc. auf $3\frac{1}{2}$ Jahre zu zahlen schuldig. Welches ist der mittlere Zahlungstermin?

4) **Termin zur Zahlung des Restes einer Summe, deren erste Abschlagszahlungen nicht zur festgesetzten Zeit geleistet worden sind.**

Beispiel: Jemand ist 900 fl. zu zahlen schuldig und soll sie in folgenden Terminen zahlen: 100 fl. in 4 Jahren, 200 fl.

in 8 Jahren und 600 fl. in 12 Jahren. Da er aber 500 fl. in 2 Jahren und 300 fl. in 4 Jahren bezahlt, so entsteht die Frage: Wann muss er den Rest von 100 fl. bezahlen?

Vorbereitende Rechnungen:

1)	100 fl. tragen in 4 J. eben so viel Zins, als 400 fl. in 1 J.	
	200 fl. „ „ 8 „ „ „ „ „ „ 1600 „ „ 1 „	
	600 fl. „ „ 12 „ „ „ „ „ „ 7200 „ „ 1 „	
	900 fl. tragen in obigem Termin so viel als 9200 fl. in 1 J.	
2)	500 fl. tragen in 2 J. eben so viel Zins, als 1000 fl. in 1 J.	
	300 „ „ „ 4 „ „ „ „ „ „ 1200 „ „ 1 „	
	800 „ tragen in obigem Term. so viel Zins, als 2200 „ „ 1 „	
Schuld:	900 fl. und die Summe ihrer Producte 9200 fl.	
Abschlagszahlung:	800 „ „ „ „ „ „ 2200 „	
Rest der Forderung:	100 „ Rest der Summe der Producte 7000 „	

Nun entsteht die Frage: Wenn 7000 fl. zur Erzielung eines gewissen Zinses 1 Jahr brauchen, wie lange brauchen hiezu 100 fl.?

a) Nach dem Zweisatze:

7000 fl. 1 J.

100 „ ? „

7000 „ 1 „

1 „ 7000 $\times$ 1 J.

100 „ 100 : 7000 = 70 J.

Ganz kurz ist die Rechnung, wenn man nach dem schon oben gezeigten Verfahren mit dem Rest von 100 fl. in die Summe der Producte von 7000 fl. dividirt, z. B.

100 : 7000 = 70 Jahre.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

Die vorbereitenden Rechnungen gerade wie beim Zweisatz.

1 $\times$ 7000

= 70 Jahre.

Jahre? 100

chen zur Erzielung eines gewissen Zinses 1 Jahr, 1 fl. Cap. braucht 7000 $\times$ 1 Jahr, 100 fl. C. braucht den 100. Theil der Zeit die 1 fl. Cap. nöthig hat.

Die nach den einleitenden Rechnungen zu beantwortende Aufgabe ist: 7000 fl. C. brauchen

613) Konrad schuldet an Friedrich für ein von demselben gekauftes Feld 1300 fl., so, dass er (Konrad) 400 fl. in 2 Monaten, 600 fl. in 5 Monaten und 300 fl. in 6 Mon. nebst Zinsen zu bezahlen hat. Da sich aber Konrad an diese Kaufsbedingungen nicht bindet, und 200 fl. nach 1 Mon., 100 fl. in 4 Mon. und 300 fl. in 5 Mon. entrichtet, so fragt sich: Zu welcher Zeit hat Konrad den Rest von 700 fl. zu entrichten, damit er an Friedrich keine Zinsen zu zahlen braucht?

- 614)** Wilhelm kauft einen Garten für 700 fl. und soll ihn in 9 Monaten bezahlen. Wenn er nun nach 4 Monaten 450 fl. daran bezahlt; wie lange kann er den Rest noch behalten?
- 615)** Michael kaufte ein Haus für 9600 fl. Diesen Kaufschilling soll er in folgender Weise bezahlen: 1600 fl. in 2 Jahren, 3200 fl. in 4 Jahren und 4800 fl. in 8 Jahren. Er bezahlt aber 4800 fl. schon nach 1 Jahre und 1600 fl. nach 2 Jahren. Wann muss er den Rest von 3200 fl. zahlen?
- 616)** Nach getroffener Uebereinkunft vom 1. Januar soll Jemand 500 fl. den 16. Mai, 600 fl. den 16. Septbr. und 750 fl. den 30. März des folgenden Jahres entrichten. Er bezahlt aber den 30. Mai 400 fl., den 4. Juli 500 fl. und den 12. Aug. wieder 500 fl. daran. An welchem Tage muss er den Rest bezahlen?

C. Hausrechnung.

Durch die Hausrechnung wird berechnet, was die einzelnen täglichen, wöchentlichen, monatlichen *zc.* Einnahmen und Ausgaben, die im Hauswesen vorkommen, in längerer oder kürzerer Zeit ausmachen. Sie wird in die einfache und in die zusammengesetzte Hausrechnung eingetheilt. Aus der einfachen kommen schon bei dem einfachen Zwei- und Dreifache verschiedene Exempel vor, *z. B.* Wenn Jemand täglich 36 Kr. verdient, wie viel macht dies in 1 Monat? Es sollen aber doch auch hier noch einige solche Hausrechnungen vorgeführt und dann aber gleich zu den zusammengesetzten übergegangen werden.

K o p f r e c h n e n.

1) Einfache Hausrechnungen.

Beispiel: Ein Arbeiter verdient sich täglich 36 Kr., wie viel in 14 Tagen?

(Da die 2 Sonntage in den 14 Tagen ausfallen, indem er an diesen sich nichts verdienen kann, so werden statt der 14 Tage nur 12 Arbeitstage gerechnet.)

Berechnung: 36 Kr. = 6 Sechser. Wenn sich der Arbeiter täglich nur 1 Sechser verdienen würde, so verdiente er sich in 12 Tagen 12 Sechser = 1 fl. 2 Sechser; da er sich aber jeden Tag 6 Sechser verdient, so macht es in 12 Tagen $6 \times 1 \text{ fl.} = 6 \text{ fl.}$ und $6 \times 2 \text{ Sechser} = 12 \text{ Sechser} = 1 \text{ fl. 2 Sechser.}$ 6 fl. und 1 fl. 2 Sechser = 7 fl. 12 Kr.

Oder: 36 Kr. = $\frac{1}{2}$ fl. und 1 Sechser. In 12 Tagen verdient sich der Arbeiter $\frac{12}{2} = 6 \text{ fl.}$ und 12 Sechser = 1 fl. 12 Kr. *zc.*

Oder: Wenn er sich in 1 Tage 36 Kr. verdient, so verdient er sich in 12 Tagen 36 Zwölfer = 7 fl. 12 Kr.

- 617) Wilhelm hat jeden Tag 30 Kr.; wie viel macht dies in 1 Jahr?
- 618) Ein Beamter hat eine jährliche Besoldung von 600 fl.; wie viel hat er hiernach monatlich einzunehmen?
- 619) Theodor bezahlt für das Mittagessen wöchentlich 1 fl. 30 Kr., wie viel macht dies in 1 Jahre?
- 620) Wenn Jemand im Monat eine Einnahme von 46 fl. hat; wie viel kommt auf den Tag? (1 Monat = 30 Tage)
- 621) Jemand zahlt jährlich für sein Logis 50 fl.; wie viel kommt auf 1 Monat?
- 622) Jemand hat eine monatliche Einnahme von 75 fl.; wie viel beträgt dies in 1 Jahre?
- 623) Wie viel nimmt Erhard in 36 Tagen ein, wenn er sich alle 3 Tage 2 fl. verdient?
- 624) Peter braucht wöchentlich 2 fl. 20 Kr. Taschengeld; a) wie viel kommt auf den Tag, b) wie viel auf das Jahr zu 365 Tagen?

2) Zusammengesetzte Hausrechnungen.

Beispiel: 1 Arbeiter verdient sich täglich im Durchschnitt 36 Kr., braucht aber hievon wieder 30 Kr.; wie viel hat er nach Verlauf des Jahres übrig?

Berechnung: Er nimmt jährlich ein: 365×6 Sechser. 365 Sechser = 36 fl. 5 Sechser; 365 mal 6 Sechser ist 6 mal so viel. 6×36 fl. = 216 fl. 6×5 Sechser = 30 Sechsf. = 3 fl. 216 fl. und 3 fl. = 219 fl. Seine Ausgabe beträgt $365 \frac{3}{2}$ fl. = $182\frac{1}{2}$ fl. $182\frac{1}{2}$ von 219 abgezogen, bleiben noch $36\frac{1}{2}$ fl. übrig.

Auf kürzere Weise: Da der Arbeiter täglich 36 Kr. einnimmt und nur 30 Kr. ausgibt, so hat er an jedem Tage 1 Sechser übrig, in 365 Tagen = 365 Sechser = 36 fl. 30 Kr.

- 625) Gustav giebt monatlich für Kost 10 fl., für Logis 3 fl., für Wäsche 2 fl. 30 Kr. und für die übrigen Ausgaben 4 fl. 30 Kr. aus; wie viel macht dies a) monatlich, b) in einem Tage?
- 626) Wilhelm nimmt täglich 1 fl. 12 Kr. ein, will aber monatlich 10 fl. davon sparen; wie viel darf er täglich ausgeben?
- 627) Ein Metzger lieferte in eine Haushaltung 30 H Rindfleisch à 8 Kr. 12 H Schweinfleisch à 10 Kr. und 18 H Kalbfleisch à 6 Kr.; wie viel hat ihm die Hausmutter dafür zu zahlen?
- 628) Wenn ein Soldat alle 5 Tage 2 Laib Brod bekommt, und der Laib Brod 12 Kr. kostet; wie viel beträgt dies das ganze Jahr?

Zifferrechnen.**1) Einfache Hausrechnung.**

Beispiel. Jemand erhält für jeden Tag, an dem er arbeitet, 33 Kr.; wie viel verdient er sich monatlich, wenn er in der Regel 2 Tage in der Woche feiert? (Der Monat wird nach Abzug der wöchentlichen 2 Tage nur zu 22 Tagen gerechnet.)

Berechnung: a) nach dem Zweisatze:

$$\begin{array}{rcl}
 1 \text{ T.} & 33 \text{ Kr.} & \\
 22 \text{ „} & ? & \\
 \hline
 1 \text{ „} & 33 & \\
 22 \text{ „} & 22 \times 33 = 726 \text{ Kr.} = 12 \text{ fl. } 6 \text{ Kr.} &
 \end{array}$$

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

$$\begin{array}{rcl}
 & & 11 \\
 11 \times & 22 & \\
 \hline
 \text{fl. ?} & 20 & \\
 & 10 &
 \end{array}
 = \frac{121}{10} = 12 \frac{1}{10} \text{ fl.}$$

33 Kr. = $\frac{11}{20}$ fl.

Wenn in 1 Tag $\frac{11}{20}$ fl. verdient wird, so wird in 22 Tagen $22 \times \frac{11}{20}$ fl. verdient.

2) Zusammengesetzte Hausrechnung.

Beispiel: Wenn Jemand eine Besoldung von 650 fl. hat und täglich 30 Kr. für Kost, monatlich 4 fl. für das Logis, wöchentlich 48 Kr. für Bedienung, 30 Kr. für Wäsche und 1 fl. 30 Kr. für sein Vergnügen ausgibt und überdies noch seine übrigen Bedürfnisse für das ganze Jahr zu 120 fl. anschlägt: was verbraucht er im Durchschnitte jeden Tag? und was bleibt ihm jeden Tag noch übrig?

1) Berechnung der täglichen Ausgabe:

a) Für Kost beträgt dieselbe täglich nach der Aufgabe 30 Kr.

b) für Logis giebt er monatlich aus 4 fl., in 1 Jahr $4 \times 12 =$ 48 fl. — „

c) für die sonstigen Bedürfnisse jährlich 120 „ — „

für Beides zusammen 168 „ — „
60

10080 Kr. jährlich.

Wie viel kommt hievon auf den Tag?

a) Nach dem **Zweisatz**: b) Nach dem **Dreisatz** in Bruchform:

$$\begin{array}{rcl}
 365 \text{ Tg.} & 10,080 \text{ Kr.} & \\
 1 \text{ Tg.} & ? & \\
 \hline
 365 \text{ Tg.} & 10,080 \text{ Kr.} & \\
 1 \text{ „} & 365 : 10080 = 27\frac{45}{73} \text{ Kr.} &
 \end{array}$$

b) Für Logis und c) für die sonstigen Bedürfnisse betragen demnach die täglichen Ausgaben $27\frac{45}{73}$ Kr.

d) Für Bedienung, Wäsche und für sein Vergnügen giebt er wöchentlich aus: $48 \text{ Kr.} + 30 \text{ Kr.} + 1 \text{ fl. } 30 \text{ Kr.} = 2 \text{ fl. } 48 \text{ Kr.} = 168 \text{ Kr.}$
Es fragt sich nun: Wie viel kommt hievon auf den Tag?

a) Nach dem **Zweisatz**: b) Nach dem **Dreisatz** in Bruchform:

$$\begin{array}{rcl}
 7 \text{ Tg.} & 168 \text{ Kr.} & \\
 1 \text{ „} & ? & \\
 \hline
 7 \text{ „} & 168 & \\
 1 \text{ „} & 7 : 168 = 24 \text{ Kr.} &
 \end{array}$$

Die Ausgaben für Bedienung, Wäsche und Vergnügen betragen demnach für den Tag 24 Kr.

Zusammenstellung der Ausgaben:

a) für Kost		30	Kr.
b) für Logis		$27\frac{45}{73}$	„
c) für die sonstigen Bedürfnisse			
d) für Bedienung, Wäsche und Vergnügen		24	„

Die **s ä m m t l.** Ausgaben für jeden Tag betragen $1 \text{ fl. } 21\frac{45}{73}$ „

2) Berechnung der täglichen Einnahme, die jährlich 650 fl. beträgt:

a) Nach dem **Zweisatz**: b) Nach dem **Dreisatz** in Bruchform:

$$\begin{array}{rcl}
 365 \text{ Tg.} & 650 \text{ fl.} & \\
 1 \text{ Tg.} & ? \text{ fl.} & \\
 \hline
 365 \text{ Tg.} & 650 \text{ fl.} & \\
 1 \text{ „} & 365 : 650 = 1 \text{ fl. } 46\frac{62}{73} \text{ Kr.} &
 \end{array}$$

Die Einnahme für jeden Tag beträgt demnach $1 \text{ fl. } 46\frac{62}{73}$ Kr.

Abschluss: Tägliche Einnahme: $1 \text{ fl. } 46\frac{62}{73}$ Kr.

Tägliche Ausgabe: $1 \text{ fl. } 21\frac{45}{73}$ Kr.

Täglicher Ueberschuss: — $\text{fl. } 25\frac{17}{73}$ Kr.

629) Eine Mutter macht ihren Töchtern zusammen 3 Dutzend Hemden und braucht je zu zwei $9\frac{1}{2}$ Ellen Leinwand. Nun hat sie ein Stück von 196 Ellen vorräthig; wie viel Ellen muss sie davon herunterschneiden, und wie viel bleiben noch übrig?

- 630) Ein Hagelschlag verwüstete einem Landmanne, welcher 42 Schffl. Getreide zu ernten hoffte, seine Felder so, dass ihm nur noch $\frac{7}{12}$ zum Einernnten übrig blieb. a) Wie viel hatte er geerntet und b) wie gross ist sein Schaden?
- 631) Ein Metzger liefert einem Wirth folgendes Fleisch: $18\frac{3}{4}$ $\mathfrak{H}$ Kalbfleisch à 7 Kr., 28 $\mathfrak{H}$ Ochsenfleisch, das $\mathfrak{H}$ zu 9 Kr., und 15 $\mathfrak{H}$ Lammfleisch, das $\mathfrak{H}$ zu 8 Kr.; wie viel hat der Wirth dem Metzger im Ganzen zu bezahlen?
- 632) Ein Beamter hat eine jährliche Besoldung von 1000 fl. Von dieser giebt er aus: 1) täglich 32 Kr. für Kost, 2) monatlich 7 fl. für Logis, 3) für seine übrigen Bedürfnisse jährlich 120 fl., ausserdem noch 4) wöchentlich für Vergnügungen 1 fl. 52 Kr. Es fragt sich nun: was erspart er sich im Jahr?
- 633) Ein Arbeiter bekommt für jeden Tag, an welchem er arbeitet, 36 Kr. Lohn. Was wird er in einem Jahre erhalten, wenn er ausser den Sonntagen noch 24 Tage feiert?
- 634) Es hat Jemand eine monatliche Einnahme von 63 fl. und erspart jeden Monat $\frac{1}{3}$ derselben; wie viel erspart er sich in $8\frac{1}{2}$ Monaten?
- 635) Christoph verspricht, eine gewisse Arbeit gegen einen täglichen Lohn von 1 fl. 21 Kr. in 54 Tagen zu vollenden. Er wird aber erst in 78 Tagen fertig, ohne mehr als für 54 Tage Bezahlung verlangen zu können, und verbraucht während seiner Arbeitszeit täglich 32 Kr., zerreisst auch ausserdem noch für 16 fl. Kleider: was bleibt ihm übrig?
- 636) Ein Arbeiter verdiente sich in 13 Wochen 112 fl. 40 Kr. und ersparte sich $\frac{2}{3}$ des täglichen Lohns. Es fragt sich nun: a) Wie viel verdiente er sich täglich, wenn er wöchentlich 6 Tage arbeitete, und b) Wie viel ersparte er von den verdienten 112 fl. 40 Kr.?
- 637) Ein Hausvater hatte durchschnittlich eine tägliche Einnahme von 2 fl. 6 Kr. und ersparte sich 180 fl. im Jahre. Wie viel betrug im Durchschnitte seine tägliche Ausgabe?
- 638) Ein Handwerksmann verdiente in einem Monate 64 fl. $52\frac{1}{2}$ Kr.; er bezahlte hievon seinen Arbeiter mit 9 fl. $37\frac{1}{2}$ Kr. und den monatlichen Hauszins im Betrage von 5 fl. 15 Kr. Wie viel brauchte er für jeden Tag durchschnittlich in seiner Haushaltung, da er täglich 28 Kr. zurücklegte? (Der Monat wird zu 30 Tagen gerechnet.)

D. Theilungs- und Gesellschafts-Rechnung.

Häufig ist es der Fall, daß sich mehrere Personen in eine Geldsumme, Waarenmenge u. s. w. theilen sollen. Wenn jede Person gleichen Antheil an der Summe haben soll, so darf nur mit der Anzahl der Personen in die zu theilende Summe dividirt werden. Der Quotient giebt dann an, wie viel jede Person bekommt. Allein oft können die betheiligten Personen nicht auf gleiche Theile Anspruch machen, sondern die zu vertheilende Summe muß nach gewissen gegebenen Bestimmungen in Theile, die von einander verschieden sind, vertheilt werden. Ich setze den Fall: Von 2 Kaufleuten hatte der eine, den wir A. nennen wollen, 2000, und der andere, den wir B. nennen, 3000 fl. zu einem Unternehmen hergegeben. Wenn sie nun 800 fl. gewinnen; wie viel gebührt jedem davon? — Es wird leicht einzusehen sein, daß A. der weniger zu dem Unternehmen hergegeben hat, auch weniger von dem Gewinne erhalten kann, als B., der eine größere Summe einlegte. Beide können also den Gewinn nicht in gleiche Theile theilen, sondern nach Verhältniß ihrer Einlagen. Sie werden daher sagen müssen: Wir haben mit 2000 und 3000 = 5000 fl. Einlage 800 fl. gewonnen. Wenn nun mit 5000 fl. Einlage 800 fl. gewonnen werden, wie viel wird dann A. mit der Einlage von 2000 fl. und wie viel B. mit der Einlage von 3000 fl. gewinnen?

Die Rechnungsart, womit wir derartige Beispiele berechnen, heißt *Theilungs- und Gesellschaftsrechnung*. Sie wird demzufolge angewendet, wenn mehrere Personen zu irgend einem gemeinschaftlichen Unternehmen zusammentreten und eine Kasse bilden, in welche die einzelnen Mitglieder verschiedene, d. h. ungleiche Summen einlegen, also bei Gesellschaftshandlungen. In diesem Falle heißt sie *Gesellschaftsrechnung*. Sie wird aber häufig auch bei Erbtheilungen, bei Conkursfällen, bei Berechnung und Vertheilung der Steuern, Brandschatzung u. s. w. angewendet und heißt dann *Theilungsrechnung*. Nach der Größe der einzelnen Einlagen soll nun auch billiger Weise der Gewinn oder Verlust bestimmt werden, was ihr aus dem obigen Beispiele erkannt haben werdet.

Die *Theilungs- und Gesellschaftsrechnung* wird gewöhnlich eingetheilt in die *einfache* und in die *zusammengesetzte*.

Die dem obigen Beispiele ähnlichen Exempel gehören zu der *einfachen*, bei der *zusammengesetzten* ist noch eine Zeitbestimmung gegeben, welche man berücksichtigen muß, weil diese als Nebenumstand mitwirkt; denn wenn eine Person länger oder kürzer in der Gesellschaft steht, als die andere, so gebührt ihr nach Verhältniß der Zeit, auf welche sie ihre Einlage gemacht hat, auch mehr oder weniger Gewinn.

1) Einfache Theilungs- und Gesellschaftsrechnung.

K o p f r e c h n e n.

18 Beispiel: August und Georg haben 450 fl. unter sich so zu theilen, daß August immer 2 fl. bekommt, bis Georg 1 fl. erhält. Wie viel erhält nun jeder von den 450 fl.?

Berechnung: Erhält August so oft 2 fl., als Georg 1 fl. bekommt, so bekommt Aug. vom Ganzen 2 Theile und Georg 1 Theil.

Das Ganze muß also in 3 Theile zerlegt werden. $3 : 450 = 150$ mal. August erhält daher $2 \times 150 = 300$ fl., Georg aber nur 1×150 fl.

2^s Beispiel: Von 240 fl. erhält A. $\frac{1}{3}$, B. $\frac{2}{5}$ und C. das Uebrige. Wie viel bekommt Jeder?

Berechnung: Der 3. Theil von 240 fl. = 80 fl., der 5. Theil von 240 = 48 fl., $\frac{2}{5}$ sind also 2×48 fl. = 96 fl., 80 und 96 = 176 fl. Was nun von den 240 fl. noch übrig bleibt, bekommt C. 176 von 240 bleibt 64 fl. A. bekommt daher 80, B. 96 und C. 64 fl.

3^s Beispiel: Von 2 Kaufleuten hatte A. 4000 und B. 6000 fl. zu einem Unternehmen hergegeben. Wenn sie nun 1600 fl. gewinnen, wie viel gebührt jedem davon?

Berechnung: Der 4000 fl. hierzu gegeben hat, erhält 4 Theile. der 6000 fl. eingelegt hat, 6 Theile. Da 4 und 6 = 10 ist, so muß der Gewinn von 1600 fl. in 10 Theile getheilt werden. $10 : 1600 = 160$ fl. A. erhält 4 Theile, also $4 \times 160 = 640$ fl., B. 6 Theile, also $6 \times 160 = 960$ fl.

4^s Beispiel: Von 380 fl. erhält A. $\frac{3}{4}$ und B. $\frac{5}{6}$ des Ganzen. Wie viel kann Jeder nach Verhältniß seiner Forderung nun bekommen?

Berechnung: Ich mache vor Allem beide Brüche gleichnamig. 12 ist der Hauptnenner. $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$. A. erhält daher von den 190 fl. 9 und B. 10 Theile, beide erhalten also 19 Theile. Der 19. Theil von 380 fl. = 20 fl. A. erhält demnach $9 \times 20 = 180$ fl. und B. $10 \times 20 = 200$ fl.

639) 600 fl. werden unter 2 Personen so getheilt, daß A 3 mal so viel bekommt als B.

640) A. und B. haben 180 fl. so unter sich zu theilen, daß A $\frac{1}{2}$ und B. $\frac{1}{3}$ des Ganzen bekommt. Wie viel kommt auf jeden nach Verhältniß seiner Forderung?

641) Es sollen 200 fl. so unter 2 Personen getheilt werden, daß A. 2 fl. erhält, während B. 3 fl. bekommt; wie viel erhält jeder?

642) 900 Scheffel Korn sollen von 2 Bezirken geliefert werden, und zwar soll der Bezirk A. 6 Scheffel liefern, wenn der Bezirk B. nur 4 Schffl. liefert. Wie viel kommt auf jeden Bezirk?

643) Zwei Capitalisten berechnen ihr Vermögen; es ergibt sich, daß A. doppelt so reich ist als B., und daß sie zusammen 39000 fl. besitzen; wie reich ist nun jeder?

- 644) Drei Frauen kaufen zusammen ein Stück Seidenzeug für 100 fl. A. nimmt davon 20 Ellen, B. 30 Ellen, C. 25 Ellen. Wie viel Geld wird eine jede bezahlen müssen?
- 645) Zwei Mädchen kaufen einen Zuckerhut, der 15 Pfd. wiegt, um 5 fl. A. bekommt davon 7 H und B. 8 H ; wie viel hat jede zu bezahlen?
- 646) Drei Kaufleute verdienen bei einem Unternehmen 600 fl. Wie viel erhält jeder derselben, da A. 1200, B. 800, und C. 400 fl. zu diesem Unternehmen gegeben hat?
- 647) An einem Handel, den 3 Personen gemeinschaftlich betreiben, und zu dem A. 25, B. 75 und C. 125 fl. gegeben hatte, werden 45 fl. verdient. Wie viel erhält jede von dem Gewinne nach Verhältniß der Beiträge?
- 648) Bernhard kauft mit seinem Bruder Johann einen Garten, der 175 Quadratruthen groß ist; Bernhard zahlt zur Deckung des Kaufschillings 200 fl. und Johann 150 fl. Wie viel Quadratruthen erhält jeder hiervon, da sie ihn nach Verhältniß ihres Beitrags theilen wollen?

2) Zusammengesetzte Theilungs- und Gesellschafts-Rechnung.

Beispiel:: Zwei Bauern miethen eine Wiese für 31 fl. A. läßt 8 Kühe 4 Wochen lang, B. 6 Kühe 5 Wochen lang darauf weiden; was muß Jeder zahlen?

Wäre die Zeit gleich, so könnte der Beitrag der Miethen nach der Zahl der Kühe berechnet werden. Um nun gleiche Zeit herauszubringen, berechnet man, wie folgt:

Läßt A. 8 Stück Vieh 4 Wochen lang darauf weiden, so könnte er eben so leicht 4×8 Stück Vieh = 32 Stück 1 Woche lang darauf weiden lassen; eben so könnte B., statt 6 Stück 5 Wochen lang $5 \times 6 = 30$ Stück 1 Woche lang darauf weiden lassen. 32 Stück und 30 Stück zusammen machen 62 Stück. Wenn nun für 62 Stück Vieh 31 fl. Miethen gezahlt werden muß, so kommt auf 1 Stück $\frac{31}{62} = \frac{1}{2}$ fl.; A. mit 32 Stück muß daher $\frac{32}{2} = 16$ fl., und B. mit 30 Stück $\frac{30}{2} = 15$ fl. Miethen bezahlen.

- 649) An einem Flußufer arbeiten aus dem Orte A. 10 Arbeiter 3 Wochen, aus dem Orte B. 8 Arbeiter 5 Wochen und aus dem Orte C. 5 Arbeiter 4 Wochen. Wie viel wird jeder Ort erhalten, wenn für diese Arbeit 270 fl. gezahlt wird?
- 650) Zu einem Handel hat A. 200 fl. auf 6 Monate und B. 300 fl. auf 5 Monate hergegeben. Sie haben damit 90 fl. gewonnen; wie viel erhält Jeder von dem Gewinne?

- 651)** In einem Testamente vermachte ein Herr seinen Dienstboten 1000 fl. und zwar nach Verhältniß ihres Lohnes und ihrer Dienstjahre. Der Kutscher bekam jährlich 40 fl. Lohn, und hatte 5 Jahre bei ihm gedient; die Köchin bekam jährlich 30 fl. Lohn und hatte 10 Jahre bei ihm gedient. Wie viel erhielt der Kutscher und wie viel die Köchin?
- 652)** Ein Kaufmann versendet Waaren nach 2 verschiedenen Orten und braucht dazu 2 Fuhrleute, denen er 20 Thlr. Fracht giebt. A. fährt 15 Etr. 20 Meilen weit, B. 20 Etr. 10 Meilen weit. Wie viel wird jeder von diesen 20 Thalern Fracht bekommen?
- 653)** Der Fuhrmann A. hat 20 Fuhren 5 Meilen weit gethan, der Fuhrmann B. 25 Fuhren 6 Meilen weit; beide zusammen erhielten hiefür 200 fl. Wie viel kommt hiervon auf jeden?
- 654)** Zu einem Unternehmen giebt A. ein Capital von 1000 fl. auf 8 Monate und B. ein solches von 2000 fl. auf 3 Monate. Sie gewinnen damit 700 fl. Wie viel bekommt A. und wie viel B. von dem Gewinne?

Z i f f e r r e c h n e n .

1) Einfache Theilungs- und Gesellschaftsrechnung.

1s Beispiel: 3600 fl. werden unter drei Personen in der Art vertheilt, dass, wenn A. 3 fl. erhält, B. nur 2 und C. nur 1 fl. bekommt. Wie viel erhält jede Person?

Berechnung:

A erhält 3 Theile

B „ 2 „

C „ 1 „

Dies sind zusammen 6. Theile. Nun entsteht vor Allem die Frage:
Wie viel beträgt ein Theil?

a) Nach dem Zweisatze:

b) Nach dem Dreisatze:

6 Theile betragen 3600 fl.

1 „ beträgt $6 : 3600 = 600$ fl.

$$\begin{array}{r} 600 \\ 1 \quad 3600 \\ \hline \text{fl. ? } 6 \end{array} = 600 \text{ fl. 1 Theil}$$

A mit 3 Th. erhält daher $3 \times 600 = 1800$ fl.

B „ 2 „ „ „ $2 \times 600 = 1200$ „

C „ 1 „ „ „ $1 \times 600 = 600$ „

Summa wie oben 3600 fl.

Das Uebrige wie im Zweisatze.

2s Beispiel: A., B. und C. haben ein Vermächtniss von 1880 fl. zu theilen, wobei bestimmt ist, dass A $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{4}$ und C $\frac{1}{5}$ bekommen soll. Wie viel erhält jeder?

	60					
$\frac{1}{3}$	20	=	20	$\frac{1}{3}$	ist demnach gleich	$\frac{20}{60}$
$\frac{1}{4}$	15	=	15	$\frac{1}{4}$	„ „ „	$\frac{15}{60}$
$\frac{1}{5}$	12	=	12	$\frac{1}{5}$	„ „ „	$\frac{12}{60}$
			47		Summa	$\frac{47}{60}$

Man betrachtet nun die Zähler 20, 15 und 12, so wie auch die Summe 47 als ganze Zahlen, theilt die 1880 fl. in 47 Theile u. giebt dem A 20, dem B 15 u. dem C 12 dieser Theile.

a) Nach dem Zweisatze:

47 Theile erhalten 1880 fl.

1 Theil erhält $47 : 1880 = 40$ fl.

A mit 20 Theilen „ daher $20 \times 40 = 800$ fl.

B " 15 " " " " 15 × 40 = 600 "

C **12** **12** **40** **=** **480**

Summa wie oben 1880 „

b) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{1 \text{ fl. } 1880}{47 : 1880} = 40 \text{ fl.}$$

Das Uebrige wie beim Zweisatze.

3s Beispiel: A., B. und C. unternehmen ein gemeinschaftliches Geschäft. A. verwendet darein 500, B. 700, C. 800 fl. Sie gewinnen aber Nichts, sondern verlieren in Allem 80 fl. Wie viel hat von diesem Verluste Jeder zu tragen?

Vorbereitende Berechnung:

A 500 fl. B 700 „ C 800 „ 2000 „	Die Einlagen von A, B und C betragen nach der nebenstehenden Addition 2000 fl. Da sie mit dieser Summe 80 fl. verloren, so fragt sich, wie viel A., der 500 fl. eingelegt hat, wie viel B. und wie viel C. an dem Verluste zu tragen haben. Die Beantwortung erfordert daher drei Rechnungen.
--	---

a) Nach dem Zweisatze:

2000 fl. 80 fl.

$$1, \quad 2000 : 80 = \frac{80}{2000} = \frac{1}{25}$$

A. mit der Einlage von 500 „ $500 \times \frac{1}{25} = \frac{500}{25} = 20 \text{ fl.}$

B. " " " " 700 " $700 \times \frac{1}{25} = \frac{700}{25} = 28$ "

C. " " " " 800 " $800 \times \frac{1}{25} = \frac{800}{25} = 32$ "

Summa wie oben 80 fl.

Wenn mit 2000 fl. 80 fl. verloren werden, so hat A. mit 500 fl. Einlage 20 fl. Verlust zu tragen, B. mit 700 fl. Einlage 28 fl. und C. mit 800 fl. Einlage 32 fl.

b) Nach dem Dreisatze in Bruchform:

Die vorbereitende Rechnung, wie oben im Zweisatze.

$$\text{I. Rechn.} \quad \frac{4}{80 \times 500} = 20 \text{ fl. verliert A.}$$

$$\text{Verlust fl. ?} \quad \frac{2000}{2000}$$

$$\text{II. Rechn.} \quad \frac{4}{80 \times 700} = 28 \text{ fl. verliert B.}$$

$$\text{Verlust fl. ?} \quad \frac{2000}{2000}$$

$$\text{III. Rechn.} \quad \frac{4}{80 \times 800} = 32 \text{ fl. verliert C.}$$

$$\text{Verlust fl. ?} \quad \frac{2000}{2000}$$

Der ganze Verlust beträgt demnach 80 fl. wie oben.

4s Beispiel: Von 34000 fl. will A. $\frac{2}{3}$ und B. $\frac{3}{4}$ des Ganzen haben. Wie viel kann Jeder nach Verhältniss seiner Forderung nur bekommen?

$$\begin{array}{l|l} 12 & \\ \hline \frac{2}{3} & 4 = 8 \\ \frac{3}{4} & 3 = 9 \end{array}$$

Beide Brüche müssen vor Allem gleichnamig gemacht werden. $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$. 8 und 9 = 17.
A erhält demnach 8 und B 9 Theile. Summa 17 Theile.

17

a) Nach dem Zweisatze:

$$17 \text{ Th. } 34000 \text{ fl.}$$

$$1 \text{ „ } 17 : 34000 = 2000 \text{ fl.}$$

$$\text{A. mit 8 Th. } 8 \times 2000 = 16000$$

$$\text{B. „ 9 „ } 9 \times 2000 = 18000$$

$$\text{Summa wie oben } 34000 \text{ fl.}$$

b) Nach dem Dreisatze:

$$2000$$

$$34000$$

$$\text{fl. ? } 17$$

$$= 2000 \text{ fl. k. auf 1 Th.}$$

Das Uebrige wie bei dem

Zweisatze.

655) 3 Kaufleute legen zu einem Geschäfte eine gewisse Summe zusammen; nämlich A 800, B 600 und C 300 fl. Bei Abrechnung findet sich ein Gewinn von 3400 fl. Wie viel gebührt einem Jeden verhältnissmässig?

656) A und B handeln zusammen. A legt 1400, B 1800 fl. ein. Sie gewinnen 800 fl. Was bekommt davon Jeder?

657) 3000 fl. sollen in 4 Theile, a) b) c) d) so vertheilt werden, dass die Theile sich zu einander verhalten, wie die Zahlen 3, 4, 5, 6. Wie viel beträgt jeder der 4 Theile?

658) 9000 fl. sollen unter drei Personen nach Verhältniss ihres Alters vertheilt werden. Nun ist B um die Hälfte älter als A, C doppelt so alt als A. Wie viel erhält ein Jeder?

- 659) Jemand verordnet in seinem Testamente, dass A die Hälfte seines Vermögens, B $\frac{2}{5}$, C $\frac{1}{20}$, D $\frac{1}{70}$, und E $\frac{1}{28}$ im Betrage zu 1000 fl. haben soll. 1) Wie viel fl. beträgt das Ganze, und 2) wie viel bekommt ein Jeder?
- 660) D. stirbt und hinterlässt ein Vermögen von 5000 Thalern. Aber er schuldet an A. 3000 Thlr., an B. 2500 Thlr. und an C 2000 Thlr. Da die Summe der Schulden mehr beträgt, als das Vermögen, so können natürlich die drei Gläubiger nicht ihr volles Capital zurückerhalten, sondern jeder kann von den 5000 Thlrn. nur so viel erhalten, als nach Verhältniss seines Capitals auf ihn kommt. Wie viel wird jeder Einzelne demnach empfangen?
- 661) C., D. und E. handeln zusammen. C. hat 1500, D. 800, E. 1700 fl. eingelegt. Sie gewinnen 2500 fl. Wie viel bekommt davon Jeder?
- 662) August muss sein ganzes Vermögen seinen Gläubigern überlassen. Das Gut wird verkauft für 3200 fl., 3 einzelne Acker Feld, die nicht zum Gute gehörten, für 800 fl.; das Geschirr und Hausgeräthe für 400 fl. Dagegen haben zu fordern A. 4000, B. 450, C. 1500, D. 350, E. 300 fl. Wie viel kann jeder nur bekommen?
- 663) 4000 fl. sollen in 4 Theile: a, b, c, d nach dem Verhältnisse der Zahlen 10, 12, 15, 8 getheilt werden. Wie viel kommt auf jeden Theil?
- 664) A, B, C beerben ihren Vetter D. Dieser hinterliess 2250 fl. mit der Bestimmung, dass B so oft 1 fl. bekommen soll, als A. $\frac{1}{3}$ und C. $\frac{3}{4}$ fl. Wie viel bekommt Jeder?

2) Zusammengesetzte Theilungs- und Gesellschaftsrechnung.

Beispiel: A. beginnt ein Handelsgeschäft mit 2000 fl. Capital. Nach 2 Jahren tritt B. dem Geschäfte bei mit 3000 fl.; 1 Jahr nach dem Beitritte des B. berechnet sich der Gewinn auf 900 fl. Wie viel erhält Jeder hievon?

(Das Cap. des A. zu 2000 fl. ist der obigen Aufgabe zufolge 2 Jahre werbend angelegt, wogegen das Cap. des B. nur auf 1 Jahr. Natürlich kann nun die Theilung nicht bloss nach Verhältniss der eingelegten Summen geschehen, sondern auch nach dem Verhältniss der Zeit; denn wenn 2000 fl. 3 Jahre werbend wirken, so ist dies gerade so viel, als 3×2000 fl. 1 Jahr.

$$\text{A. } 2000 \text{ fl. in } 3 \text{ J.} = 3 \times 2000 = 6000 \text{ fl. in } 1 \text{ J.}$$

$$\text{B. } 3000 \text{ fl. in } 1 \text{ J.} = 1 \times 3000 = 3000 \text{ fl. in } 1 \text{ J.}$$

$$9000 \text{ fl. in } 1 \text{ J.}$$

a) Nach dem **Zweisatze**:

$$9000 \text{ fl. } 900 \text{ fl.}$$

$$1000 \text{ „ } 9 : 900 = 100 \text{ fl.}$$

$$\text{A. } 6000 \text{ „ } 6 \times 100 = 600 \text{ fl. gewinnt A.}$$

$$\text{B. } 3000 \text{ „ } 3 \times 100 = 300 \text{ fl. gewinnt B.}$$

$$900 \text{ fl. Summa wie oben.}$$

b) Nach dem **Dreisatze**:

I. Rechnung: 100

$$\frac{900 \times 6000}{9000} = 600 \text{ fl. gewinnt A.}$$

Gewinn fl.?

II. Rechnung: 300

$$\frac{900 \times 3000}{9000} = 300 \text{ fl. gewinnt B.}$$

Gewinn fl.?

3

665) A. B. und C. handeln zusammen. A. begann das Geschäft vor 3 Jahren mit 2000 fl., B. trat 6 Monate später bei mit 2000 fl. C. trat wieder 6 Monate später wie B. mit 2500 fl. bei. Ihr Gewinn beträgt jetzt 6800 fl. Wie viel erhält Jeder?

666) F. beginnt ein Handelsgeschäft mit 2000 fl.; 9 Monate später tritt G. bei mit 3000 fl. Am Ende des Jahres, nachdem also das Geschäft 1 Jahr bestanden hat, beträgt der Gewinn 1584 fl. Wie viel bekommt davon Jeder?

667) A. B. und C. gewinnen bei ihrem gemeinschaftlichen Handel 6450 fl. A. hatte darin 1000 fl. 3 Jahre, B. 1500 fl. $2\frac{1}{2}$ Jahre, C. 2000 fl. 2 Jahre. Wie viel erhält Jeder von dem Gewinn?

668) Drei Diener erben von ihrem Herrn 2000 fl. mit der Bestimmung, dass sie diese Summe nach Verhältniss ihres jährlichen Lohnes und ihrer Dienstjahre theilen sollen. A. hatte dem Verstorbenen 8, B. 6, C. 4 Jahre gedient; A. hatte jährlich 40, B. 30, C. 25 fl. Lohn bekommen. Wie viel erhält also Jeder?

669) D., E., F., G. übernehmen gemeinschaftlich die Ausgrabung eines Teiches für 140 fl. D. stellt dazu 4 Arbeiter 10 Tage lang, E. 5 Arbeiter 9 Tage lang, F. 5 Arbeiter 7 Tage, G. 6 Arbeiter 10 Tage. Wie viel wird Jeder bekommen?

670) C. beginnt den 1. Januar 1838 ein Geschäft mit 1500 fl.,

D. tritt bei den 1. Jan. 1839 mit 1800 fl., E. den 1. Jan. 1839 mit 2100 fl. Am 1. Juli 1841 betrug der ganze Gewinn 5400 fl. Wie viel wird nun Jeder erhalten?

671) Die 3 Bauern A., B. und C. erhielten für die Verpflegung einer gewissen Anzahl Soldaten 40 fl. Vergütung. A. hatte 7 Mann 10 Tage, B. 12 Mann 5 Tage, C. 15 Mann 8 Tage in Quartier gehabt. Wie viel bekommt Jeder von den 40 fl.?

672) A. fängt den 1. Jan. 1840 einen Handel an mit 800 fl. B. tritt den 1. April 1840 mit 1000 fl., C. den 1. Juli 1840 mit 1200 fl., D. den 1. October 1840 mit 1400 fl. bei. Am 1. Jan. 1841 beträgt der gemeinschaftliche Gewinn 2400 fl. Wie viel hat Jeder zu fordern?

673) D., E., F. haben eine gemeinschaftliche Arbeit übernommen für 100 fl. D. arbeitet daran 40 Tag täglich 8 Stunden, E. 50 Tage täglich 10 Stunden, F. 40 Tage täglich $9\frac{1}{2}$ Stunden, Wie viel erhält Jeder?

674) A. legt 300 fl. ein, B. nach 3 Mon. 400 fl., C. nach weitem 2 Monaten ebenfalls 400 fl. Nach 8 Monaten vom Anfange, legt A. noch 100 fl. hinzu, B. aber nimmt 100 fl. heraus. Nach 3 Jahren vom Anfang wird der Gewinn, welcher 333 fl. 40 Kr. beträgt, vertheilt; was erhält Jeder?

675) Vier Personen haben zu einer Unternehmung folgende Capitalien hergegeben, nämlich A. 500 fl. den 1. März, B. 600 fl. den 1. Mai, C. 450 fl. den 15. Junius und D. 800 fl. den 1. August. Am Ende des laufenden Jahres hatten sie damit 1000 Thlr. gewonnen. Wie viel erhält ein Jeder?

676) Durch drei Fuhrleute wird ein Schutthaufen für 87 fl. weggeschafft. A. fährt mit 3 Pferden 6 Tage, B. mit 2 Pferden 8 Tage und C. mit 4 Pferden 6 Tage. Wie viel hat jeder Fuhrmann an obigem Fuhrlohne zu fordern?

677) Vier Mädchen sollten sich in 515 Ellen Band theilen, und zwar so, dass das erste und zweite Mädchen gleich viel erhielten, das dritte so viel, als das 1. und 2. zusammen, und endlich das vierte dreimal so viel, als das dritte. Wie viel Ellen bekam jedes?

678) Ein Kaufmann beginnt am 1 April 1849 eine Unternehmung mit 1850 Thlrn.; am 1. October desselben Jahres trat ein anderer dazu mit 1600 Thlr. und am 1. Januar 1850 ein dritter mit 1000 Thlr. Am 1. Oct. 1851 beträgt ihr Gewinn 3690 Thlr. Wie viel kommt jedem davon zu?



Zweiter Abschnitt.

Von der Proportions- und von der Kettenrechnung.

A. Einleitung zur Proportionsrechnung.

Wer zwei Zahlen gegen einander hält und ihre Werthe gegen einander misst, der stellt zwischen beiden Zahlen eine Vergleichung an. Bei einer solchen Vergleichung findet man, dass die zwei Zahlen entweder gleich oder ungleich sind. Wer nun angiebt, ob zwei Zahlen gleich oder in wie weit sie von einander verschieden sind, der giebt das Verhältniss derselben an. Jedes Verhältniss besteht nur aus 2 Zahlen, welche man Glieder des Verhältnisses nennt.

Man kann aber bei dem Vergleichen der Zahlen eine doppelte Absicht haben; man will entweder untersuchen: wie viel die eine Zahl grösser oder kleiner ist, als die andere, oder: wie vielmals die eine in der andern enthalten ist. Will man nun sehen, wie viel die eine Zahl mehr ist, als die andere, so muss man die eine von der andern abziehen; ein solches Verhältniss nennt man ein arithmetisches; man hat als Zeichen hiezu das Subtractionszeichen ($-$); z. B. $3 - 12 = 9$; das heisst: die Zahlen 3 und 12 haben einen Unterschied von 9 Einheiten.

Will man aber untersuchen: wie vielmals die eine Zahl in der andern enthalten ist, so geschieht dies durch die Division; ein solches Verhältniss nennt man ein geometrisches; man gebraucht als Zeichen hiezu das Divisionszeichen ($:$); z. B. $3 : 12 = 4$; das heisst, die Zahl 3 ist in 12 viermal enthalten. Wir handeln hier nur von den geometrischen Verhältnissen.

Das erste Glied eines Verhältnisses heisst auch das Vorderglied, das zweite wird das Hinterglied genannt.

Die Zahl, welche durch Vergleichung gefunden wird, die also zeigt, wie oft das Vorderglied im Hintergliede enthalten ist, heisst der Exponent oder der Verhältnisszeiger; z. B. der Verhältnisszeiger oder Exponent von 3 und 12 ist 4; denn $3 : 12 = 4$; der Exponent von 3 und 11 ist $3\frac{2}{3}$; denn $3 : 11 = 3\frac{2}{3}$; der Exponent von 11 und 3 ist aber $\frac{3}{11}$; denn $11 : 3 = \frac{3}{11}$.

Gieb die Exponenten von folgenden Zahlen an:

1) $4 : 8$

7) $3 : 17$

13) $2 : 31$

2) $8 : 4$

8) $4 : 19$

14) $3 : 18$

3) $5 : 35$

9) $5 : 6$

15) $9 : 4$

4) $7 : 56$

10) $6 : 5$

16) $7 : 6$

5) $8 : 49$

11) $8 : 72$

17) $18 : 54$

6) $15 : 5$

12) $9 : 63$

18) $9 : 47$

Wer das erste Glied und den Exponenten kennt, aber das zweite Glied nicht weiss, darf nur, um dasselbe zu finden, das erste Glied mit dem Exponenten multipliciren. Beispiel: Welches ist das zweite Glied, wenn das erste 5, der Exponent aber 9 ist? Antwort 45; $5 \times 9 = 45$; $5 : 45$ geht ja 9 mal.

19) Welches ist das zweite Glied, wenn das erste 6, der Exponent aber 12 ist?

20) 1s Glied 8, Exponent 12; welches ist das 2te Glied?

21) „ „ 7 „ 5 „ „ „ „ „

22) „ „ 9 „ 6 „ „ „ „ „

23) „ „ 4 „ $3\frac{1}{2}$ „ „ „ „ „

24) „ „ 7 „ $8\frac{3}{4}$ „ „ „ „ „

25) „ „ 5 „ $9\frac{2}{3}$ „ „ „ „ „

Wer das zweite Glied und den Exponenten kennt, aber das erste nicht, der darf nur um das erste zu finden, das zweite Glied mit dem Exponenten dividiren.

Beispiel: Welches ist das erste Glied, wenn das zweite 8 und der Exponent 2 ist? Antwort 4; $2 : 8$ geht ja 4 mal?

26) Welches ist das erste Glied, wenn das zweite 15, der Exponent aber 3 ist?

27) 2s Glied 12, Exponent 4; welches ist das erste Glied?

28) „ „ 5 „ 10 „ „ „ „ „

29) „ „ 10 „ 7 „ „ „ „ „

30) „ „ 5 „ $2\frac{1}{2}$ „ „ „ „ „

31) „ „ 24 „ 5 „ „ „ „ „

32) „ „ 52 „ 3 „ „ „ „ „

Geometrische Verhältnisse sind gleich, wenn sie einen gleichen Exponenten haben, z. B. $5 : 15$ und $4 : 12$ sind gleiche Verhältnisse; denn der Exponent von beiden ist 3; $5 : 15 = 3$; $4 : 12 = 3$.

33) Gieb 2 Verhältnisse an, die beide zum Exponenten a) die Zahl 4 haben, b) die Zahl 5, c) die Zahl 6, d) die Zahl 7, e) die Zahl 8, f) die Zahl 9, g) die Zahl 10!

Wenn man die Glieder eines geometrischen Verhältnisses mit einer und der nämlichen Zahl multiplicirt oder dividirt, so werden nur die Zahlen dadurch grösser oder kleiner; das Verhältniss selbst aber verändert sich nicht, sondern bleibt sich gleich.

Beispiel: Multiplicire beide Glieder des Verhältnisses $4 : 12$ durch 2, und sage, welches Verhältniss daraus entsteht! ($2 \times 4 = 8$; $2 \times 12 = 24$; es entsteht demnach das Verhältniss $8 : 24$ daraus.) Welches ist der Exponent von $4 : 12$? (3) Welche Zahl der Exponent von $8 : 24$? (Auch 3). Es sind dies demnach zwei gleiche

Verhältnisse. Dividire beide Glieder des Verhältnisses $4 : 12$ mit 2 ; welches Verhältniss entsteht daraus? $2 : 4 = 2$; $2 : 12 = 6$; es entsteht demnach das Verhältniss $2 : 6$ daraus. Durch welche Zahl kannst du die beiden Verhältnisse $2 : 6$ und $4 : 12$ theilen? (Durch 3). $2 : 6$ und $4 : 12$ sind daher ebenfalls gleiche Verhältnisse.

- 34) Welches Verhältniss entsteht, wenn du a) die Verhältnisse $8 : 28$ mit 3 multiplicirst? b) die Verb. $8 : 24$ mit 4 , c) $9 : 18$ mit 5 , d) $10 : 35$ mit 6 , e) $7 : 49$ mit 8 ?
 35) Drücke das Verhältniss a) $72 : 18$ in der kleinsten Zahl aus, b) $24 : 12$, c) $9 : 36$, d) $81 : 99$, e) $28 : 63$, f) $15 : 33$, g) $8 : 36$!

Wenn man die Verhältnisse, in welchen Brüche vorkommen, in den möglichst kleinsten ganzen Zahlen angeben will, so muss man beide Glieder mit einer gleichen Zahl multipliciren; z. B. um $2 : 4\frac{1}{2}$ in ganzen Zahlen auszudrücken, multiplicirt man beide Zahlen durch den Nenner 2 und zählt im 2ten Gliede den Zähler 1 zu; es entsteht dann das Verhältniss $4 : 9$. Um $3 : 4\frac{1}{2}$ in ganzen Zahlen auszudrücken, macht man es eben so; es entsteht hierdurch das Verhältniss $6 : 9$, welches, durch 3 wieder gehoben, $2 : 3$ als kleinste Verhältnisszahlen giebt.

- 36) Drücke in den möglichst kleinsten ganzen Zahlen folgende Verhältnisse aus: a) $7\frac{1}{2} : 22$, b) $3 : 22\frac{2}{3}$, c) $2\frac{2}{3} : 16$, d) $3\frac{1}{3} : 12$, e) $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$, f) $\frac{5}{9} : 1\frac{3}{8}$.

Zwei gleiche Verhältnisse (solche Verhältn., die einen gleichen Exponenten haben) bilden eine Proportion, d. i. eine Verhältnissgleichung. Eine Proportion besteht demnach aus zwei Verhältnissen, und zwar aus zwei gleichen Verhältnissen, ein Verhältniss aber aus 2 Gliedern. Diesem zufolge muss eine Proportion aus 4 Gliedern bestehen: nämlich aus 2 Vorder- und 2 Hintergliedern. Schreibt man eine Proportion an, so nimmt das vordere Glied des ersten Verhältn. die erste, das Hinterglied desselben die zweite, das Vorderglied des zweiten Verhältnisses die dritte und das Hinterglied desselben die vierte Stelle ein.

- 37) Welches sind die beiden Vorder- und die beiden Hinterglieder in der Proportion: a) $2 : 6 = 5 : 15$? (dies wird gelesen: 2 verhält sich zu 6 , wie 5 zu 15 .) b) $3 : 7 = 15 : 35$? c) $4 : 9 = 32 : 72$? d) $2 : 11 = 10 : 55$? e) $\frac{1}{2} : 3 = 6 : 36$? f) $2\frac{1}{2} : 10 = 8 : 32$? g) $8 : 10\frac{2}{3} = 18 : 24$?
 38) Welches sind die Exponenten von den erst genannten Proportionen?

Wenn man die zwei Glieder des ersten Verhältnisses und das Vorderglied des zweiten Verhältnisses einer Proportion kennt, so kann das unbekannte Hinterglied des 2ten Verhältn. oder das vierte Glied

der Proportion sehr leicht gefunden werden; man darf nur mit dem Exponenten des ersten Verhältnisses das dritte Glied multipliciren.

Beispiel: $2 : 6 = 14 : x$ d. h. 2 verhält sich zu 6, wie 14 zu dem unbekannten vierten Gliede.

Berechnung: $2 : 6$ geht 3mal. 3 ist demnach der Exponent des ersten Verhältnisses; wenn nun das Vorderglied des zweiten mit diesem Exponenten multiplicirt wird, so findet sich das unbekannte vierte Glied; $3 \times 14 = 42$; 42 ist demnach das 4te Glied. Die Proportion heisst daher vollständig: $2 : 6 = 14 : 42$.

- 39) Welches ist das vierte Glied in den folgenden unvollständigen Proportionen? a) $4 : 12 = 3 : x$? b) $8 : 28 = 7 : x$? c) $\frac{5}{8} : 10 = 11 : x$? d) $2\frac{1}{2} : 15 = 5 : x$? e) $10 : 6 = 12 : x$?

Wir haben schon weiter oben gesagt: 1) Wenn man die beiden Glieder eines Verhältnisses, in welchem Brüche vorkommen, in den möglichst kleinsten ganzen Zahlen angeben will, so muss man beide Glieder mit einer gleichen Zahl multipliciren. 2) Wenn man ein Verhältniss in kleineren Zahlen ausdrücken will, so darf man nur die beiden Glieder desselben mit einer und derselben Zahl dividiren. Bei Anwendung dieser Regeln ist es uns demnach leicht, a) Bruchzahlen aus dem ersten Verhältnisse einer Proportion zu entfernen, und b) grosse Zahlen im ersten Verhältnisse, die sich ohne Rest aufheben lassen, in kleineren Zahlen darzustellen. Hierdurch wird aber die Rechnung sehr erleichtert.

Beispiel und Berechnung:

$16 : 72 = 5 : x$? Die Zahlen 16 und 72 lassen sich beide durch 8 heben; 8 in 16 geht 2mal, 8 in 72 geht 9mal. 2 und 9 sind die in kleineren Zahlen ausgedrückten beiden ersten Glieder. $2 : 9$ geht $4\frac{1}{2}$ mal; der Exponent ist demnach $4\frac{1}{2}$; wenn ich nun das dritte Glied mit dem Exponenten $4\frac{1}{2}$ mal multiplicire; so erscheint das unbekannte 4te Glied. $4\frac{1}{2} \times 5 = 22\frac{1}{2}$. 2 verhält sich demnach zu 9, wie 5 zu $22\frac{1}{2}$; kürzer dargestellt $2 : 9 = 5 : 22\frac{1}{2}$.

40) $8 : 32 = 9 : x$?

41) $28 : 42 = 20 : x$?

42) $4 : 28 = 3 : x$?

43) $\frac{1}{2} : 8 = 8 : x$?

44) $5\frac{1}{4} : 63 = 10 : x$?

45) $7 : 3\frac{1}{2} = 25 : x$?

46) $\frac{3}{4} : 18 = 12 : x$?

47) $\frac{4}{5} : 2\frac{2}{3} = 9 : x$?

48) $7 : 24\frac{1}{2} = 8 : x$?

($5\frac{1}{4} : 63$ durch 4 multiplicirt = $21 : 252$, durch 21 dividirt = $1 : 12$).

($\frac{4}{5} : 2\frac{2}{3}$ durch 15 multiplicirt = $12 : 40 = 3 : 10$).

Wenn man das erste und vierte Glied einer Proportion mit einander multiplicirt, so erhält man das nämliche Produkt, als durch das Multipliciren der beiden mittleren Glieder; z. B. $4 : 8 = 5 : 10$. Die beiden äusseren Glieder geben das Produkt 40; denn $4 \times 10 = 40$, und eben so die beiden mittleren; denn 8×5 ist auch 40.

Man kann daher das unbekannte vierte Glied einer unvollständigen Proportion dadurch finden, dass man die beiden mittleren Glieder multiplicirt und das dadurch entstehende Produkt durch das erste Glied dividirt; z. B. $5 : 20 = 7 : x?$ $20 \times 7 = 140$; $5 : 140 = 28$. 28 ist daher das vierte Glied der Proportion.

Als Uebungsaufgaben, das vierte Glied auf obige Weise aufzufinden, dienen die erst aufgeführten Beispiele von Nr. 39 — 48.

Eine Proportion hört nicht auf, eine solche zu sein, wenn man das erste und dritte Glied derselben multiplicirt oder dividirt; denn beide Verhältnisse bleiben sich dadurch ganz gleich; z. B. Wenn man in der Proportion $2 : 6 = 8 : 24$ das erste und dritte Glied durch 2 dividirt, so heisst dann die Proportion $1 : 6 = 4 : 24$; oder wenn man die genannten Glieder durch 5 multiplicirt, so heisst dann die Proportion $10 : 6 = 40 : 24$; in beiden Fällen ist das Produkt der beiden mittleren Glieder dem Produkte der beiden äussern Glieder gleich. Hierdurch kann man sich das Rechnen oft sehr erleichtern; denn wenn das erste und dritte Glied einer Proportion grosse Zahlen hat, so kann man sie durch Division mit einer gleichen Zahl verkleinern.

49) Verkleinert in folgenden Beisp. das erste und dritte Glied durch Division einer und derselben Zahl und suchet das vierte Glied dazu!

a) $18 : 13 = 24 : x?$

d) $39 : 8 = 13 : x?$

b) $21 : 27 = 5\frac{1}{4} : x?$

e) $400 : 18 = 350 : x?$

c) $132 : 21 = 55 : x?$

f) $34 : 12 = 4\frac{1}{4} : x?$

Man kann nicht nur Zahlen an und für sich im Verhältnisse zu einander sich denken, sondern auch zählbare Dinge; es können z. B. 2 Metzen Korn im Verhältnisse zu 5 Metzen Korn gedacht werden; diese bilden zu einander das nämliche Verhältniss, welches die Zahlen $2 : 5$ bilden. Es können aber nur solche Dinge mit einander in ein Verhältniss gestellt werden, die in einander enthalten sind, also Dinge gleicher Art. Eben so wenig, als 3 Pfd. in 4 fl. enthalten sein können, eben so wenig kann man auch diese verschiedenen Dinge in ein Verhältniss stellen. Nur gleichartige Dinge, also Getreidmass zu Getreidmass, Flüssigkeitsmass zu Flüssigkeitsmass, Geld zu Geld, Gewicht zu Gewicht etc. dürfen in ein Verhältniss zusammengestellt werden. 5 fl. stehen zu 8 fl. in dem nämlichen Verhältnisse, wie $5 : 8$; 3 Ellen zu 9 Ellen in demselben Verhältnisse, als $3 : 9 = 1 : 3$.

Es ist indessen nicht gerade nöthig, dass die gleichartigen Dinge auch zugleich gleichnamig sein müssen; sind sie zwar gleichartig, aber noch nicht gleichnamig, so müssen sie eben unter gleichen Namen gebracht werden. Wenn z. B. gefragt wird: In welchem Verhältnisse stehen 5 Loth zu 10 Pfd.? so müssen die Pfd. auch zu Loth gemacht werden. 10 Pfund sind 10×32 Loth $= 320$; daher die schriftliche Darstellung: 5 Loth : 320 Loth oder 1 Loth : 64 Loth.

50) Bringe folgende Verhältnisse unter gleichen Namen und drücke sie in den kleinsten Zahlen aus!

- a) 4 Schffl. : 3 Metzen = ? e) 36 Kr. : 4 fl. 20 Kr. = ?
 b) 8 Kr. : 6 fl. = ? f) 40 fl. : 3 Ctr. 60 fl. ?
 c) 25 fl. : 7 Ctr. = ? g) 2 Riess 5 Buch : 18 Buch?
 d) 5 Buch : 4 Riess = ?

Die Proportionsrechnung wird im Leben häufig angewendet, ja Viele berechnen Alles, was weiter oben nach dem Zwei- und Dreisatz berechnet wurde, nach dieser Rechnungsart, und da sie in manchen Fällen ganz kurz ist und so häufig angewendet wird, so sollt ihr auch über dieselbe Unterricht erhalten.

Wir theilen die Aufgaben eben so, wie bei der Zwei- und Dreisatzrechnung, a) in solche mit geraden und solche mit umgekehrten Verhältnissen (Belehrung hierüber siehe S. 12 und S. 32, b) in einfache und in erweiterte oder zusammengesetzte Aufgaben, und werden überhaupt den in den beiden Rechnungsarten eingeschlagenen Gang auch hier einhalten.

Ich habe jetzt nur noch zu bemerken, dass wir beim Ansätze der Proportionsrechnung vor Allem fragen müssen, ob die Verhältnisse zunehmend oder abnehmend, steigend oder fallend sind, weil von dieser Frage der richtige Ansatz abhängt. Wenn z. B. die Aufgabe gestellt wird: 3 Pfd. Fleisch kosten 27 Kr., was kosten 5 Pfd.? so werdet ihr mir gleich sagen können, ob die 5 Pfd. mehr oder weniger als 3 Pfd. kosten. (Sie kosten mehr). Da die 5 Pfd. mehr kosten, als die 3 Pfd., so nennen wir dieses Verhältniss ein steigendes oder zunehmendes und müssen desshalb in das Vorderglied des ersten Verhältnisses die kleinere, in das Hinterglied die grössere Zahl bringen, also 3 Pfd. : 5 Pfd. = 27 Kr. : x Kr. Ge- setzt aber, die Aufgabe heisst: 8 Ellen Tuch kosten 44 fl.; wie hoch kommen 3 Ellen?; werden diese 3 Ellen mehr oder weniger kosten, als die 8 Ellen? (Sie kosten weniger.) Wir nennen daher dieses Verhältniss ein fallendes oder abnehmendes; es muss eben darum die grössere Zahl in das Vorderglied des ersten Verhältnisses, die kleinere aber in das Hinterglied, also 8 Ellen : 3 Ellen = 44 fl. ; x fl.

Gebet in den folgenden Aufgaben an, ob die Verhältnisse steigend oder fallend sind und setzt die Rechnungen richtig an!

- 51) Wie theuer ist die Fracht für 200 Ctr., wenn man für 5 Ctr. 4 fl. zahlt?
 52) Wenn aus 30 Ellen Leinwand immer 7 Hemden gemacht werden, wie viel Stück dann aus 175 Ellen?
 53) Wie viel kosten 3 Ctr., wenn 15 fl. 18 fl. kosten?
 54) Wenn man für 3 fl. 30 Kr. 2 Mtzn. Korn erhält, was kosten dann 12 Scheffel?
 55) 3 Buch Papier werden mit 27 Kr. bezahlt; wie viel kosten 2 Ballen 8 Riess?
 56) Wie hoch kommen 2 Ctr. 25 fl. Zucker; wenn das fl. für 20 Kr. verkauft wird?

- 57) 3 Ellen Tuch zu $13\frac{1}{2}$ fl.; wie hoch kommen $25\frac{2}{3}$ Ellen zu stehen?
- 58) Wenn 24 Loth Zucker mit $14\frac{1}{2}$ Kr. bezahlt werden; wie theuer kommen dann 2 Ctr. 13 ℔ zu stehen?
- 59) Wenn $4\frac{1}{2}$ Metzen Korn $15\frac{3}{4}$ fl. kosten; wie hoch kommen 8 Schffl. 3 Metzen?
- 60) Giebt man für 3 Pfund $7\frac{3}{4}$ fl. aus; wie viel dann für 4 Ctr. 18 Pfund?

B. Einleitung zur Kettenrechnung.

Durch die Kettenrechnung können ebenfalls, wie durch die Proportionsrechnung alle Aufgaben, welche weiter oben durch den Zwei- und Dreisatz berechnet wurden, gelöst werden. Die Proportionsglieder werden aber bei der Kettenrechnung anders angeordnet und angesetzt, wie bei der Proportionsrechnung. Da diese Rechnungsart in manchen Fällen für die Berechnung grosse Vortheile gewährt, z. B. bei zerlegbaren Gliedern etc., so wird sie sehr häufig, namentlich von Kaufleuten angewendet, und ich will daher auch die nöthige Belehrung über diese Rechnungsart ertheilen.

Sie führt den Namen Kettenrechnung oder Kettenregel, weil die Glieder im Ansatz, wie die Glieder einer Kette zusammenhängen.

Beim Ansatz der Aufgaben bringt man alle Verhältnissglieder in zwei Reihen, eröffnet die erste Reihe links mit der unbekannten Grösse, welche durch die Berechnung gefunden werden soll, also mit dem, was nach der Proportionsrechnung das vierte Glied bilden würde, diesem nach mit der Frage: ? fl., oder ? Pfd. etc.; die zweite rechts gestellte Reihe beginnt man mit der Fragezahl, d. h. mit derjenigen Zahl, die bei der Proportionsrechnung im dritten Gliede steht; z. B. Wie viel fl. kosten 15 Pfd.; da 3 Pfd. mit 4 fl. bezahlt werden?

fl. ? | 15 Pfund.

Als zweites Glied der ersten Reihe setzt man hierauf diejenige Grösse, welche mit dem vorigen Gliede der zweiten Reihe gleichen Namen hat, d. i. diejenige Zahl, die in der Proportionsrechnung das erste Glied bilden würde. Da wir nun bei der genannten Aufgabe im ersten Glied der zweiten Reihe Pfund hatten, so muss vorne wieder mit Pfund, nämlich mit den in der Aufgabe enthaltenen 3 Pfd. angefangen werden:

fl. ? | 15 Pfd.
Pfd. 3 |

Was bleibt nun noch für das zweite Glied in der zweiten Reihe? Wenn du die Aufgabe durchliesest und den Ansatz ansiehst, wirst du es gleich finden. (4 fl.) Gut. Dies ist nach dem Proportionsansatze das 3te Glied. Schreibe die Aufgabe nun vollständig an!

fl. ? | 15 Pfd.
Pfd. 3 | 4 fl.

Ihr seht nun aus diesem Ansatz, dass das erste und das unbekannte vierte Glied nach dem Proportionsansatze bei der Kettenrechnung in die erste Reihe, das 2te und 3te Glied aber in die zweite

Reihe kommen. Die Regeln für den Kettenansatz sind, kurz gesagt, folgende:

- 1) Links fange man mit der Frage an;
- 2) der Frage gegenüber setze man rechts die Fragezahl;
- 3) links fange man nun immer mit derselben Benennung wieder an, womit man auf der rechten aufhörte;
- 4) das Glied zur rechten Seite, welches den Schluss macht, muss mit der Frage gleichnamig sein.

Wir haben bei der Proportionsrechnung gehört, wenn man das zweite und dritte Glied (und diese beiden Glieder stehen bei der Kettenregel in der zweiten Reihe) mit einander multiplicirt und mit dem ersten Gliede, welches bei der Kettenrechnung in der ersten Reihe steht, das Produkt dividirt, so findet man hierdurch das unbekannte vierte Glied. Hieraus ergibt sich die Regel für die Kettenrechnung: Dividire mit der Zahl in der ersten oder linken Reihe in eine der Zahlen der zweiten Reihe, oder auch umgekehrt, wenn dies ohne Rest geschehen kann, oder multiplicire die beiden Zahlen in der zweiten oder rechten Reihe und dividire dann in das Produkt durch die Zahl in der ersten Reihe, so findest du das unbekannte vierte Glied. Die sämtlichen Zahlen zur rechten Seite bilden demnach den Dividend (Zähler) und die zur linken Seite den Divisor (Nenner). Beispiel:

fl. ?	15 Pfd.	Oder:	fl. ?	15 Pfd.
Pfd. 3	4 fl.		Pfd. 3	4 fl.
				5
3 :	60 = 20 fl.			
	—			20 fl.

Da die Zahl 3 in der ersten Reihe in der Zahl 15 in der zweiten Reihe 5mal enthalten ist, so wird 3 und 15 gestrichen, und 5 kommt dafür in die zweite Reihe etc.

Setzet nun folgende Exempel an!

- 1) Wie viel kosten 24 ℥ Schnupftabak, wenn 3 ℥ 2 fl. kosten?
- 2) Wie theuer ist die Fracht von 37 Ctr., wenn man für 4 Ctr. 3 fl. bezahlt?
- 3) Wenn aus 6 Ellen Tuch 2 Röcke gemacht werden können, wie viel dann aus 57 Ellen?
- 4) Wie hoch kommen 46 ℥ Zucker, da 9 ℥ auf 3 fl. zu stehen kommen?
- 5) Wenn man für 19 fl. 2 Schffl. Gerste erhält, wie viel kosten 56 Schffl.?
- 6) Wie hoch kommen 5 Ctr., wenn 24 Ctr. 84 fl. kosten?

Viele Beispiele zu weiterer Uebung finden sich im Zwei- und Dreisatze.

Manchmal kommen in der Aufgabe nicht Dinge von gleicher Benennung, sondern nur Dinge von gleicher Art vor; z. B. im Frage satze Kreuzer, im Bedingungssatze Gulden; in diesem Falle muss ein Glied, nämlich das Verhältniss, welches zwischen den Dingen gleicher Art obwaltet, eingeschoben werden.

Beispiel: Wie hoch kommen 5 Schffl. Weizen, wenn 3 Metzen 10 fl. kosten?

fl. ?	5 Schffl.
Schffl. 1	6 Mtz.
Mtz. 3	10 fl.

Wir fragen zuerst: Wie viel fl. kosten 5 Scheffel. Da wir das hintere Glied mit Scheffel geschlossen haben, in dem Bedingungssatze aber nur von 3 Metzen die Rede ist, so müssen wir, um einen Uebergang zu dieser Benennung zu erhalten, noch einschieben: „Da 1 Schffl. 6 Metzen hat“ und fahren dann fort, 3 Metzen aber 10 fl. kosten. Auf diese Weise muss die vordere Reihe immer wieder mit der nämlichen Benennung oder mit der nämlichen Sorte angefangen werden, mit der die hintere Reihe geschlossen wurde. Eben so muss der Ansatz mit der nämlichen Sorte geschlossen werden, nach welcher oben im ersten Gliede gefragt wurde.

Setzet nun folgende Exempel an!

- 7) Wie viel Ctr. erhält man für 500 fl.; wenn 6 fl. 2 fl. kosten?
- 8) Wie viel fl. kosten 47 fl. , wenn 8 Loth 40 Kr. kosten?
- 9) Wie viel fl. kosten 7 Riess Schreibpapier, da das Buch auf 10 Kr. zu stehen kommt?
- 10) Wenn man für 48 fl. 72 Ellen Leinwand erhält, wie viel erhält man für 40 Kr.?
- 11) Wie theuer kommen 47 Schffl. Haber, da 3 Schffl. zu 14 fl. verkauft werden?
- 12) 2 Loth zu 7 Kr., wie viel fl. kosten 15 fl. ?

Wenn im Fragesatze andere Münzen, Masse und Gewichte angegeben sind, als in dem Satze mit den bekannten Verhältnissen, dann gewährt die Kettenregel gerade die meisten Vortheile. Nach der Proportionsrechnung und nach dem Zwei- und Dreisatze müsste man da erst immer die gegebenen Münzen, Masse und Gewichte in die gesuchte andere Art von Münzen, Massen und Gewichten umwandeln. Dies ist aber bei der Kettenregel nicht nöthig; denn bei dieser hat man nur das zwischen den verschiedenen Münz-, Mass- und Gewichtsarten obwaltende Verhältniss als Mittelglied im Ansätze einzuschieben.

Beispiel: Wie viel fl. kosten 5 bayerische Ctr. Waare, wenn 3 sächsische Centner 136 preuss. Thaler kosten?

Ansatz:

fl. ?	5 b. Ctr.
b. C. 1	100 fl.
b. fl. 100	112 s. fl.
s. fl. 100	1 s. C.
s. C. 3	136 pr. Thlr.
pr. Thlr. 1	1 $\frac{3}{4}$ fl.

Der Ansatz: fl. ? | 5 b. C.
s. C. 3 | 136 pr. Thlr.

wäre ganz unrichtig; denn man muss, da in der rechten Reihe bayer. Ctr. vorkamen, auch in der linken Reihe mit bayer. Ctrn. wieder anfangen; ferner, da mit der Frage: Wie viel fl. ? der Ansatz begann, so dürfen nicht pr. Thlr., sondern es müssen fl. wieder den Schluss des Ansatzes bilden. Der

Ansatz wird nun folgendermassen gelesen: Wie viel fl. kosten 5 bayr. Ctr., da 1 bayr. Ctr. = 100 b. Pfd., 100 b. Pfd. aber = 112 s. Pfd. sind, 100 s. Pfd. = 1 s. Ctr. sind, 3 s. Ctr. aber 136 pr. Thlr. kosten und 1 pr. Thlr. zu $1\frac{3}{4}$ fl. berechnet ist.

Nachdem nun in den Einleitungen zur Proportions- und Kettenrechnung die allgemeinen Vorbegriffe, so wie die Regeln über den Ansatz etc. gegeben worden sind, soll in diesen beiden Rechnungsarten der schon im Zwei- und Dreisatz beobachtete Gang eingehalten, und die dort berechneten Beispiele sollen hier nach Proportions- und Kettenrechnung berechnet werden.

C. Berechnungen nach dem Proportions- und nach dem Kettenansatze.

I. Einige Multiplicationsaufgaben.

1s Beispiel: Wenn man für 5 Ellen 1 fl. zu zahlen hat, wie viel Ellen bekommt man für 23 fl.?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ fl.} : 23 \text{ fl.} = 5 \text{ Ellen} : x \text{ Ellen.} \\ \quad \quad \quad 5 \end{array}$$

115 Ellen.

Die Frage ist: Wie viel Ellen bekommt man für 23 fl.? Für 23 fl. erhält man mehr Ellen, als für 1 fl.; wir ha-

ben also hier ein steigendes Verhältniss; es kommt daher die kleinere Zahl ins erste, die grössere aber ins 2te Glied; also 1 fl. verhält sich zu 23 fl., wie 5 Ellen zu x Ellen. Nach den oben angegebenen Regeln werden nach dem Ansätze die beiden mittleren Glieder multiplicirt (diese geben das Product 115) und hierauf wird mit dem ersten Gliede dividirt. Durch die Zahl 1 lässt sich aber keine Theilung vornehmen; das Product 115 giebt demnach sogleich die Anzahl der Ellen, welche man für 23 fl. erhält.

b) Nach der Kettenregel:

$$\begin{array}{l|l} \text{Ellen?} & 23 \text{ fl.} \\ \text{fl. 1} & 5 \text{ Ellen.} \end{array}$$

115 Ellen.

Frage: Wie viel Ellen? Fragezahl: für 23 fl. Nach der Kettenrechnung muss auf der linken Reihe mit der nämlichen Sorte angefangen werden, die in der rechten

Reihe vorkam, also hier mit fl.; eben so muss der Ansatz mit der nämlichen Benennung geschlossen werden, mit welcher er angefangen wurde, also hier mit Ellen. Der Ansatz wird gelesen: Wie viel Ellen erhält man um 23 fl., wenn man für 1 fl. 5 Ellen erhält. Nach dem, was schon oben gesagt wurde, werden die Zahlen der ersten Reihe multiplicirt, und mit den Zahlen der linken Reihe dividirt. Da

hier in der ersten Reihe bloss die Zahl 1 vorkommt, so kann gar keine Division vorgenommen werden. Man erhält demnach für 23 fl. 115 Ellen.

2s Beispiel: Was kosten 4 Schfl. 3 Mtzn. Korn, wenn 1 Metzen auf 2 fl. 14 Kr. zu stehen kommt?

Vorbereitende Rechnungen: 4 Schfl. 3 Mtzn. 2 fl. 14 Kr.
6 60
27 Metzen. 134 Kr.

a) Berechnung nach der Proportion:

$$1 \text{ M.} : 27 \text{ M.} = 134 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \hline 938 \\ 268 \end{array}$$

$$60 : 3618 \text{ Kr.} = 60 \text{ fl. 18 Kr.}$$

$$\begin{array}{r} = 0 \\ \hline 18 \end{array}$$

27 Metzen kosten mehr, als 1 Mtzn.; wir haben also ein steigendes Verhältniss, daher: 1 Mtzn. verhält sich zu 27 Metzen, wie 134 Kr. zu x Kr. Die 2 mittleren Glieder werden mit ein-

ander vervielfältigt; sie geben das Product 3618; mit dem ersten Gliede kann hier nicht dividirt werden, weil sich mit der Zahl 1 keine Theilung vornehmen lässt. 27 Metzen oder 4 Schfl. 3 Mtzn. kosten demnach 3618 Kr.; denn nach Kreuzern ist gefragt; diese werden durch Division mit 60 zu fl. gemacht etc.

b) Nach der Kettenregel:

fl. ?	27 Mtzn.
Mtzn. 1	134 Kr.
Kr. 60	1 fl.
20	9
10	67

Der Ansatz wird gelesen: Wie viel fl. kosten 27 Metzen, wenn 1 Metzen 134 Kr. kostet, 60 Kr. aber 1 fl. sind. Da der Ansatz mit der Frage: Wie viel fl.? angefangen wurde, so musste auch die Benennung fl. den Schluss des Ansatzes machen, daher musste der Satz $60 \text{ Kr.} = 1 \text{ fl.}$

$1(0 : 60(3 = 60\frac{3}{10} \text{ fl.}$ noch beigefügt werden. Da die Zahlen der ersten Reihe als Nenner und die der zweiten als Zähler betrachtet werden dürfen, wie wir weiter oben gehört haben, so dürfen auch wo es thunlich ist, gegenüber stehende Zahlen, wie bei den Brüchen gekürzt, d. h. mit ein und derselben Zahl getheilt werden. Hier 60 und 27 durch 3, 20 und 134 durch 2. Die übrigen Zahlen der rechten Seite wurden multiplicirt und mit der noch übrigen Zahl 10 der linken Reihe wurde, wie dies nach dem oben Gesagten geschehen muss, dividirt Quotient: $60\frac{3}{10} \text{ fl.} = 60 \text{ fl. 18 Kr.}$

3s Beispiel: Für 1 fl. erhält man $\frac{7}{8}$ Waare; wie viel für 37 fl.?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$1 \text{ fl.} : 37 \text{ fl.} = \frac{7}{8} \text{ ℥} : x \text{ ℥}$$

$$8 : 259 = 32\frac{3}{8} \text{ ℥}$$

Für 37 fl. bekommt man mehr Pfd. als für 1 fl.; wir haben daher ein steigendes Verhältniss und setzen an: Wie sich 1 fl. zu 37 fl. verhält, so verhalten sich $\frac{7}{8}$ Pfd. zu x Pfd. Um den Bruch zu entfernen, nehmen wir statt $\frac{7}{8}$ Pfd. 7 ganze Pfund, also 8 mal so viel an. Da aber im ersten Glied des zweiten Verhältnisses hiernach das Achtfache genommen wurde, so muss auch im ersten Gliede des ersten Verhältnisses das Achtfache genommen werden, oder was gleichviel ist, die 8 musste in das erste Glied des ersten Verhältnisses gesetzt werden. Hierauf werden die 37 fl. durch das dritte Glied, also durch 7 multiplicirt und durch das vordere Glied dividirt.

b) Nach der Kettenrechnung:

$$\begin{array}{c|c} \text{℥} & ? \\ \text{fl.} & 1 \\ 8 & \end{array} \quad \begin{array}{c} 37 \text{ fl.} \\ 7 \\ 8 \end{array} \text{ ℥}$$

$$8 : 259 = 32\frac{3}{8}$$

Der Ansatz wird gelesen: Wie viel Pfund bekommt man für 37 fl., wenn man für 1 fl. $\frac{7}{8}$ Pfund erhält? Da die Brüche entfernt werden müssen, so streiche ich den Nenner 8; 7 steht dann als eine ganze Zahl da. Da aber 7 achtmal so viel ist, als $\frac{7}{8}$, also der Dividend (Zähler) um das Achtfache vermehrt wurde, so muss auch der Divisor (Nenner) um das Achtfache vervielfacht werden; daher kommt es, dass der Nenner 8 auf die linke Reihe geschrieben wurde. Man merke sich überhaupt die daraus hervorgehende Regel: Kommen Brüche vor, so werden die Zähler als Ganze betrachtet und die Nenner werden auf die entgegengesetzte Reihe übergetragen.

4s Beispiel: Wie viel fl. kosten $21\frac{1}{2}$ Ellen, wenn 1 Elle auf $1\frac{3}{5}$ fl. zu stehen kommt?

Vorbereitende Rechnungen: $21\frac{1}{2} = \frac{43}{2}$ Ellen. $1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$ fl.
1 Elle = $\frac{2}{5}$ Ellen.

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$\frac{2}{5} \text{ Ellen} : \frac{43}{2} = \frac{8}{5} \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$5 : 172 = 34\frac{2}{5} \text{ fl.}$$

Glieder gestrichen. Der Nenner 5 im dritten Gliede wurde aus scho

Ansatz: 1 Elle oder $\frac{2}{5}$ Elln. verhalten sich zu $\frac{43}{2}$ Ellen, wie $\frac{8}{5}$ fl. zu x fl. Da sich $\frac{2}{5}$ Elln. zu $\frac{43}{2}$ Ellen gerade so verhalten, wie 2 Ellen zu 43 Ellen, so haben wir die Nenner 2 im ersten und zweiten

oben angegebenen Gründen gestrichen und ins erste Glied gesetzt. Die Zähler in den drei Gliedern werden nun als Ganze betrachtet. Da sich 8 durch 2 heben lässt, so wurden beide Zahlen gestrichen und unter die 8, welche 4 mal so viel als 2 ist, wurde 4 gesetzt. Hierauf wurden die 2 mittleren Glieder multiplicirt und mit dem ersten dividirt.

b) Nach der Kettenregel:

$$\begin{array}{r|l} \text{fl. ?} & \frac{43}{2} \text{ Ellen.} \\ \text{Ell. 1} & \frac{8}{5} \text{ fl.} \\ 2 & \\ 5 & 4 \end{array}$$

$$5 : 172 = 34\frac{2}{5} \text{ fl.}$$

als ganze Zahlen betrachtet. Die 2 ist in der gegenüberstehenden 8 viermal enthalten etc.

Der Ansatz wird ganz so gelesen, wie die Aufgabe lautet. Die Nenner 2 und 5 in der rechten Reihe wurden gestrichen und in die linke Reihe gestellt, und die Zähler wurden hierauf

Die Uebungsaufgaben hiezu siehe weiter oben Seite 6, Nr. 8—24.

II. Einige Divisions-Aufgaben.

1s Beispiel: Was kostet 1 Elle Tuch, wenn 126 Ellen auf 630 fl. kommen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$\begin{array}{l} 126 \text{ Ell.} : 1 \text{ E.} = 630 \text{ fl.} : x \\ 126 : 630 = 5 \text{ fl.} \\ \underline{630} \end{array}$$

Die Frage heisst: Was kostet 1 Elle? 1 Elle kostet weniger, als 126 Ellen; wir haben sonach ein fallendes Verhältniss; daher setzen wir an: 126

Ellen verhalten sich zu 1 Elle, wie 630 fl. zu x fl. Nach der gegebenen Regel, werden die beiden mittleren Glieder multiplicirt und mit dem ersten in das Produkt dividirt. Da im zweiten Gliede bloss die Zahl 1 vorkommt, so kann gar keine Multiplication vorgenommen werden; denn 1×630 ist nicht mehr und nicht weniger, als 630; es wird daher mit dem ersten Gliede (126) in das dritte gleich dividirt.

b) Nach der Kettenregel:

$$\begin{array}{r|l} \text{fl. ?} & 1 \text{ Ell.} \\ \text{Ell. 126} & 630 \text{ fl.} \\ & 5 \text{ fl.} \end{array}$$

Ansatz: Wie viel fl. kostet 1 Elle, da 126 Ellen 630 fl. kosten? Da sich 630 durch 126 heben lässt, so werden beide Zahlen gestrichen und unter 630 die 5 gesetzt, weil 630 fünfmal so viel, als 126 ist.

2s Beispiel: Wenn 13 ℥ 10 Lth. 14 fl. 12 Kr. kosten, wie hoch kommt 1 Lth.?

Vorbereitende Rechnungen:

$$\begin{array}{r} 13 \text{ ℥ } 10 \text{ Lth.} \\ 32 \\ \hline 36 \\ 39 \\ \hline 426 \text{ Lth.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \text{ fl. } 12 \text{ Kr.} \\ 60 \\ \hline 852 \text{ Kr.} \end{array}$$

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$426 \text{ L.} : 1 \text{ L.} = 852 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

$$426 : 852 = 2 \text{ Kr.}$$

$$\frac{852}{426} = 2$$

Da das zweite Glied bloss eine 1 enthält und daher eine Multiplication desselben mit dem dritten Gliede nicht stattfinden

kann, so wird das dritte durch das erste dividirt.

b) Nach der Kettenrechnung:

$$\begin{array}{l|l} \text{Kr. ?} & 1 \text{ Lth.} \\ \text{L. } 426 & 852 \text{ Kr.} \\ & 2 \\ \hline & 2 \text{ Kr.} \end{array}$$

Der Ansatz wird gelesen: Wie viel Kr. k. 1 Loth, wenn für 426 L. 852 Kr. gezahlt werden? Da 426 in der gegenüberstehenden Zahl 852 zweimal enthalten ist, so werden beide Zahlen gestrichen und die 2 unter 852

gestellt. Das Loth kommt demnach auf 2 Kr. zu stehen.

3s Beispiel: $\frac{3}{4}$ Ctr. Leder werden mit 25 fl. gezahlt; wie hoch kommt der ganze (1) Ctr.?

a) Nach der Proportionsrechnung: 1 Ctr. = $\frac{4}{3}$ Ctr.

$$\frac{3}{4} \text{ Ctr.} : \frac{4}{4} = 25 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$\frac{3}{4} : 100 = 33\frac{1}{3} \text{ fl.}$$

demnach: $\frac{3}{4}$ Ctr. verhalten sich zu $\frac{4}{4}$ Ctr., wie 25 fl. zu x fl. Da sich $\frac{3}{4}$ zu $\frac{4}{4}$ gerade so verhalten, wie 3 zu 4, so werden die beiden Nenner gestrichen und die Zähler als Ganze betrachtet etc.

Die Frage heisst: Wie hoch kommt 1 Ctr.? 1 od. $\frac{4}{3}$ Ctr. kosten mehr, als $\frac{3}{4}$ Ctr.; daher ist das Verhältniss steigend. Der Ansatz heisst

b) Nach der Kettenrechnung:

$$\begin{array}{l|l} \text{fl. ?} & 1 \text{ Ctr.} \\ \text{Ctr. } \frac{3}{4} & 25 \text{ fl.} \\ & 4 \\ \hline & 100 = 33\frac{1}{3} \text{ fl.} \end{array}$$

Der Ansatz wird gelesen: Wie viel fl. kostet 1 Ctr., wenn $\frac{3}{4}$ Ctr. 25 fl. kosten? Der Nenner 4 auf der linken Reihe wird gestrichen und auf die rechte Reihe gestellt; denn wenn die $\frac{3}{4}$ als 3 Ganze betrachtet werden, so ist hier das Vierfache

angenommen, und es muss, damit sich das Verhältniss gleich bleibt auch in der andern Reihe das 4fache genommen werden etc.

4s Beispiel: $4\frac{3}{4}$ ℥ Waaren kosten $6\frac{1}{3}$ fl.; wie viel kostet 1 ℥?
 $4\frac{3}{4} = \frac{19}{4}$; $6\frac{1}{3} = \frac{19}{3}$.

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$\frac{19}{4} \text{ ℥} : \frac{4}{4} \text{ ℥} = \frac{19}{3} \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$3 : 4 = 1\frac{1}{3} \text{ fl.}$$

1 Pfd. od. $\frac{1}{4}$ Pfd. kosten weniger, als $\frac{19}{4}$ Pfd.; daher ein fallendes Verhältniss. $\frac{19}{4}$ ver-

halten sich zu $\frac{1}{4}$ gerade so, wie 19 zu 4, daher werden die beiden Nenner 4 gestrichen. Um im ersten Gliede des zweiten Verhältnisses den Bruch zu entfernen, betrachte ich die $\frac{19}{3}$ fl. als 19 ganze fl. Da 19 fl. aber 3mal so viel ist, als $\frac{19}{3}$ fl., demnach das erste Glied des zweiten Verhältnisses dreifach genommen wurde: so muss auch das 1. Glied des 1. Verhältnisses durch 3 vervielfacht werden; daher wurde der Nenner 3 im 3ten Gliede gestrichen und ins 1ste Glied gestellt etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

fl. ?	1 ℥
℥ $\frac{19}{4}$	$\frac{19}{3}$ fl
$\frac{3}{4}$	4
3	$4 = 1\frac{1}{3} \text{ fl.}$

Ansatz: Wie viel fl. kostet 1 Pfd., wenn $\frac{19}{4}$ Pfd. $\frac{19}{3}$ fl. k.? Der Nenner 4 auf der linken Reihe wird aus den schon weiter oben auseinander gesetzten Gründen gestrichen und auf die rechte Reihe gesetzt, der Nenner 3 auf der rechten Reihe wird ebenfalls gestrichen und auf die linke Reihe gestellt. 19 in 19 geht 1mal; beide Ziffern werden demnach gestrichen etc.

Die Uebungsaufgaben hiezu finden sich in der Zwei- und Dreisatzrechnung S. 10 von Nr. 25 — 40.

III. Divisions- und Multiplications-Aufgaben zugleich.

A. Aufgaben mit geraden Verhältnissen.

1) Rechnungen mit zwei Grössen gleicher Art und Benennung, und mit einer Grösse anderer Art.

Beispiel: 5 Ellen kosten 7 fl.; wie hoch kommen 36 Ellen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$5 \text{ Ell.} : 36 \text{ Ell.} = 7 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$5 : 252 = 50\frac{2}{3} \text{ fl.}$$

Die Frage heisst: Wie viel kosten 36 Ellen? 36 Ell. k. mehr, als 5 Ell.; das Verhältniss ist also steigend; daher: 5 Ellen verhalten sich zu 36 Ell., wie 7 fl. zu x fl. etc.

b) Nach der Kettenregel:

fl. ?	36 Ell.
Ell. 5	7 fl.
5	<u>252 = 50$\frac{2}{5}$ fl.</u>

Der Ansatz wird gelesen: Wie viel fl. k. 36 Ell., wenn 5 Ell. auf 7 fl. zu stehen kommen etc.

Die Übungsaufgaben hiezu siehe im Zwei- und Dreisatze S. 20 etc. von Nr. 141 — 162.

2) Rechnungen mit 2 Grössen gleicher Art, aber verschiedener Benennung und mit einer Grösse anderer Art.

Beispiel: 8 fl. zu 2 fl.; wie viel kosten 6 Ctr.?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$8 \text{ fl.} : 600 \text{ fl.} = 2 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

75

2

150 fl.

6 Ctr. k. mehr, als 8 Pfd.; das Verhältniss ist daher ein steigendes. Die beiden Grössen gleicher Art sind vor Allem unter gleiche Benennung zu bringen, die 6 Ctr. sind daher zu Pfd. zu machen. Ansatz: 8 Pfd. verhalten sich zu 600 Pfd., wie 2 fl. : x fl. 600 lässt sich durch 8 theilen etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

fl. ?	6 Ctr.
Ctr. 1	100 fl.
fl. 8	2 fl.
4	<u>25</u>
	150 fl.

Frage: Wie viel fl.? Fragezahl 6 Ctr.; in der ersten Reihe muss nun mit der Benennung Ctr. fortgefahren werden; da aber in der Aufgabe nur 8 Pfd. vorkommen, so muss ein Glied eingeschoben werden. Wir fahren daher im Ansätze weiter fort: da 1 Ctr. 100 Pfd. sind und 8 Pfd. 2 fl. kosten. 8 lässt sich durch 2

heben, 100 durch 4 etc.

Die Übungsaufgaben finden sich S. 22 von Nr. 163 — 174.

3) Rechnungen mit Bruch- und gemischten Zahlen.

1s Beispiel: Wenn 3 Loth Schnupftabak $4\frac{1}{2}$ Kr. kosten, wie hoch kommen 28 Loth zu stehen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$3 \text{ Loth} : 28 \text{ Loth} = \frac{9}{2} : x \text{ Kr.}$$

2

14

3

3

42 Kr.

Die $\frac{9}{2}$ Kr. im dritten Gliede werden als 9 Ganze betrachtet; damit sich aber die beiden Verhältnisse gleich bleiben, so muss auch das erste Glied mit 2 vervielfacht werden; es wird demnach der

Nenner 2 vom dritten Gliede in das erste getragen. 28 lässt sich durch 2 heben, 9 durch 3 etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

Kr.?	28 Loth.
L. 3	$4\frac{1}{2}$ Kr.
2	9
	14
	3
	42 Kr.

Ansatz: Wie viel Kr. kosten 28 Loth, wenn 3 Loth $4\frac{1}{2}$ Kr. kosten? $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$. Der Nenner 2 wird gestrichen und in die erste Reihe gestellt etc.

2s Beispiel: Wie hoch kommen $\frac{2}{3}$ Ellen, wenn 6 Ellen 8 fl. kosten?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$6 \text{ Ellen} : \frac{2}{3} \text{ Ellen} = 8 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$\frac{3}{3} : 8 = \frac{8}{9} \text{ fl.}$$

b) Nach der Kettenrechnung:

fl.?	$\frac{2}{3}$ Ellen.
Ell. 6	8 fl.
3	
3	
	9 8 = $\frac{8}{9}$ fl.

3s Beispiel: 4 Ellen Band zu $\frac{3}{5}$ fl., wie viel kosten $8\frac{1}{2}$ Ellen?
 $8\frac{1}{2} = \frac{17}{2}$ Ellen.

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$4 \text{ Ellen} : \frac{17}{2} \text{ Ell.} = \frac{3}{5} \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$\frac{2}{5} : 40 = \frac{40}{11} \text{ fl.}$	$40 : \frac{51}{11} = 1\frac{11}{40} \text{ fl.}$
--	---

b) Nach der Kettenrechn.:

fl.?	$\frac{17}{2}$ Ellen.
Ellen 4	$\frac{3}{5}$ fl.
2	
5	
	10 51 = $1\frac{11}{40}$ fl.
	40
	40 11

4s Beispiel: $\frac{3}{4}$ Ellen kosten 2 fl., wie hoch kommen 36 Ellen?

a) Nach der Proportionsrechn.

b) Nach der Kettenrechnung.

$$\frac{3}{4} \text{ Ellen} : 36 \text{ Ellen} = 2 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 2 \\ \hline 24 \\ 4 \\ \hline 96 \text{ fl.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{fl. ?} & 36 \text{ Ellen.} \\ \frac{3}{4} & 2 \text{ fl.} \\ \hline & 4 \\ & 12 \\ \hline & 48 \\ & 2 \\ \hline & 96 \text{ fl.} \end{array}$$

5s Beispiel: $1\frac{1}{2}$ fl. zu $2\frac{1}{3}$ fl. ; wie viel kosten $7\frac{1}{2}$ fl. ?Vorbereitende Rechnung: $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ fl. . $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ fl. . $7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ fl. .

a) Nach der Proportionsrechn.

b) Nach der Kettenrechnung.

$$\frac{3}{2} \text{ fl.} : \frac{15}{2} \text{ fl.} = \frac{7}{3} \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 7 \\ \hline 3 : 35 = 11\frac{2}{3} \text{ fl.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{fl. ?} & \frac{15}{2} \text{ fl.} \\ \frac{3}{2} & 7 \text{ fl.} \\ \hline & 3 \\ & 5 \\ \hline & 35 = 11\frac{2}{3} \text{ fl.} \end{array}$$

Die Uebungsbeispiele hiezu findet man auf S. 23 etc. von Nr. 175 — 220.

4) Rechnungen mit zusammengesetzten Gliedern.

1s Beispiel: 4 Arbeiter erhalten 15 fl. 36 Kr.; wie viel 9 Arbeiter?

Vorbereitende Rechnung: 15 fl. 36 Kr.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \hline 936 \text{ Kr.} \end{array}$$

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$4 \text{ A.} : 9 \text{ A.} = 936 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

$$\begin{array}{r} 234 \\ 9 \\ \hline \end{array}$$

$$60 : 2106 \text{ Kr.} = 35 \text{ fl. 6 Kr.}$$

Nach der Berechnung erhalten die 9 Arbeiter 2106 Kr. Diese durch Division mit 60 in fl. verwandelt, geben 35 fl. 6 Kr.

b) Nach der Kettenrechnung:

fl. ?	9 Arb.
A. 4	936 Kr.
Kr. 60	1 fl.
10	234
	39

10 | 351 = $35\frac{1}{10}$ fl. Die Aufgabe heisst: Wie viel fl. verdienen 9 Arbeiter, wenn 4 Arbeiter 936 Kr. verdienen. Damit der Ansatz auf der rechten Reihe mit fl. geschlossen wird, womit auf der linken der Anfang gemacht wurde, so muss noch beigesetzt werden: Wenn 60 Kr. = 1 fl. sind. 936 lassen sich durch 4 heben. Der daraus entstehende Quotient 234 lässt sich mit 6 kürzen, eben so die gegenüberstehende Zahl 60 etc.

Wenn sich die vorhandenen kleineren Sorten in einen leichten Bruch der grösseren umwandeln lassen, so nimmt man diese Umwandlung vor. Dies ist im obigen Beispiele der Fall; denn 15 fl. 36 Kr. = $15\frac{3}{5}$ = $\frac{78}{5}$ fl. Die Berechnung stellt sich dann, wie folgt, heraus:

a) Nach der Proportionsrechn.:

$$\begin{array}{r} 4 \text{ A.} : 9 \text{ A.} = \frac{78}{5} \text{ fl.} : x \text{ fl.} \\ 5 \qquad \qquad 39 \\ 2 \qquad \qquad 9 \\ \hline 10 \qquad \qquad : 351 = 35\frac{1}{10} \text{ fl.} \end{array}$$

b) Nach der Kettenrechnung:

fl. ?	9 A.
A. 4	$\frac{78}{5}$ fl.
5	39
2	

$$10 | 351 = 35\frac{1}{10} \text{ fl.}$$

2s Beispiel: 3 fl. zu 2 fl. 45 Kr.; was kosten $39\frac{3}{4}$ fl. ?

Vorbereitende Rechnung: 2 fl. 45 Kr. = 165 Kr.; = $2\frac{3}{4}$ fl. = $\frac{11}{4}$ fl.; $39\frac{3}{4}$ fl. = $159\frac{3}{4}$ fl. 60
165 Kr.

a) Nach dem Proportionsansatze:

$$3 \text{ fl.} : \frac{159\frac{3}{4}}{4} \text{ fl.} = 165 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 53 \\ \hline 495 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 825 \quad 60 \\ \hline 8745 \end{array}$$

$$8745 = 218(6\frac{1}{4} \text{ Kr.} = 36 \text{ fl. } 26\frac{1}{4} \text{ Kr.}$$

Oder:

$$3 : \frac{159}{4} = \frac{11}{4} \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$4 \quad 53$$

$$4 \quad 11$$

$$\hline 53$$

$$53$$

$$16 : 583 = 36\frac{7}{16} \text{ fl.}$$

b) Nach der Kettenrechnung:

fl. ?	$\frac{159}{4}$	℔
℔ 3	165	Kr.
Kr. 60	1	fl.
4	11	
4	53	
	53	
	53	
$16 : 583 = 36\frac{7}{16} \text{ fl.}$		
	48	
	103	
	96	
	7	

Oder:

fl. ?	$\frac{159}{4}$	℔
℔ 3	$\frac{11}{4}$	fl.
4	53	
4		
16	583	$= 36\frac{7}{16} \text{ fl.}$
	48	
	103	
	96	
	7	

3s Beispiel: 7 ℔ 12 Loth kosten 3 fl. 50 Kr.; wie hoch kommen 22 ℔ 4 Loth?

Vorbereitende Rechnung: 7 ℔ 12 Loth = 236 Loth oder $7\frac{3}{8}$ ℔; 3 fl. 50 Kr. = $3\frac{5}{8}$ fl. oder 230 Kr., 22 ℔ 4 Loth = 708 Loth oder $22\frac{1}{8}$ ℔.

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$236 \text{ L.} : 708 \text{ L.} = 230 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

59

177

3

$$3 : 690 : 690 \text{ Kr.} = 11 \text{ fl. } 30 \text{ Kr.}$$

$$\text{Oder: } \frac{59}{8} \text{ ℔} : \frac{177}{8} \text{ ℔} = \frac{23}{6} \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

6

3

$$2 : 23 = 11\frac{1}{2} \text{ fl.}$$

b) Nach der Kettenrechnung:

fl. ?	708	Loth.
L. 236	230	Kr.
Kr. 60	1	fl.
2	118	
2	23	$= 11\frac{1}{2} \text{ fl.}$

Oder:

fl. ?	$\frac{177}{8}$	℔
℔ $\frac{59}{8}$	$\frac{23}{6}$	fl.
6	3	
2		
2	23	$= 11\frac{1}{2} \text{ fl.}$

Die Uebungsaufgaben hiez zu siehe S. 30 etc. von Nr. 221 bis 252.

B. Aufgaben mit umgekehrten Verhältnissen.

Die nöthige Belehrung über umgekehrte Verhältnisse wurde schon auf S. 12 und auf S. 32 und 33 gegeben, wesshalb hier darauf hingewiesen wird.

1s Beispiel: 15 Arbeiter können in 16 Tagen ein Feld bearbeiten; wie viel brauchen hiezu 12 Arbeiter?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$12 \text{ A.} : 15 \text{ A.} = 16 \text{ T.} : x \text{ Tage}$
 $4 \quad 5 \times \quad 4 = 20 \text{ T.}$
 Die Frage heisst: Wie viel Tage brauchen 12 Arbeiter? 12 Arbeiter brauchen mehr Tage zur Umarbeitung des Feldes, als 15 Arb., daher ist dies ein steigendes Verhältniss etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

$ \begin{array}{r l} \text{T. ?} & \\ \text{A. 12} & 1 \text{ Feld} \\ \text{Feld 1} & 15 \text{ Arb.} \\ 4 & 16 \text{ Tg.} \\ & 5 \\ & 4 \\ \hline & 20 \text{ Tage.} \end{array} $	In der Kettenrechnung müssen bei dergleichen Rechnungen Arbeiter und Zeit, als wirkende Ursachen immer zusammengestellt werden; denn je mehr Arbeiter und je längere Zeit sie arbeiten, desto mehr bringen sie zu Stande. Wenn ich wissen will, wie viel Tage zu einer Arbeit erforderlich sind, so muss ich vor Allem die Anzahl der Arbeiter der Frage nach Tagen beisetzen; daher setzen wir hier zur Frage: „Wie viel Tage“ sogleich die 12 Arbeiter, welche das Feld bearbeiten sollen. Der Ansatz wird gelesen: Wie viel Tage brauchen 12 Arbeiter zur Bearbeitung eines Feldes, wenn zu derselben 15 Arbeiter 16 Tage brauchen? Das Verfahren beim Berechnen ist ganz dem obigen gleich.
--	--

2s Beispiel: Wenn eine gewisse Summe unter 33 Personen ausgetheilt wird, so erhält jede $5\frac{1}{2}$ fl. Wie viel wird aber jede Person bekommen, wenn noch 12 Personen mehr daran Theil nehmen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

12 Personen mehr, als 33 sind 45 Personen.

$45 \text{ P.} : 33 \text{ P.} = \frac{11}{2} \text{ fl.} : x \text{ fl.}$

2	11
15	11
	11
	11

$3(0 : 12(1 = 4\frac{1}{30} \text{ fl.}$

Wenn sich 45 Personen in die Summe theilen, so erhält jede weniger, als wenn die Summe nur unter 33 Personen vertheilt wird; das Verhältniss ist daher ein fallendes.

b) Nach der Kettenrechnung:

fl. ?	
P. 45	1 Summe
S. 1	33 P.
2	$\frac{11}{2}$ fl. }
15	11
3(0	12(1 = $4\frac{1}{30}$ fl.

gelesen: Wie viel fl. erhält jede von 45 Personen von 1 Summe, wenn von dieser (1) Summe jede von 33 Personen $\frac{11}{2}$ fl. erhält.

Wenn ich wissen will, wie viel fl. eine Person von einer gewissen Summe bekommt, so kommt es darauf an, unter wie viel Personen diese Summe vertheilt wird. Ich muss daher gleich zu der Frage: wie viel fl.? die Anzahl der Personen setzen, unter welche die Summe vertheilt wird. Der Ansatz wird

3s Beispiel: Aus einer Partie Garn kann der Weber 56 Ellen Leinwand liefern, wenn sie 7 Viertel breit ist. Man verlangt aber, dass dieselbe nur 6 Viertel breit sein soll; wie viel Ellen wird er nun liefern müssen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$\begin{array}{rcl} 6 \text{ V.} : 7 \text{ V.} & = & 56 \text{ Ell.} : x \text{ Ell.} \\ 3 & & 28 \\ & & 7 \end{array}$$

$$3 : 196 = 65\frac{1}{3} \text{ Ellen.}$$

Wenn die Leinwand nur 6 Viertel Ellen breit sein soll, so kann er mehr Ellen liefern, als wenn sie 7 Viertel breit wird; das Verhältniss ist demnach steigend etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

Ell. ?	
V. br. 6	1 Part. Garn
Part. G. 1	56 Ellen }
	7 V. br. }
3	28
3	196 = $65\frac{1}{3}$ Ellen.

Wenn ich berechnen soll, wie viel Ellen Leinwand aus einer gewissen Partie Garn geliefert werden können, so muss ich vor Allem wissen, wie breit dieselbe werden soll; eben desshalb muss bei der Kettenrechnung zu der Frage: „Wie viel Ellen?“

sogleich auch die Breite der Leinwand gesetzt werden. Der Ansatz wird nun gelesen: Wie viel Ellen 6 Viertel breite Leinwand kann aus 1 Partie Garn geliefert werden, wenn aus diesem Garn 56 Ellen 7 Viertel breite Leinwand gewebt wird?

4s Beispiel: Ein Schäfer kaufte 150 Schafe, das Stück zu 2 fl. 12 Kr. Es gingen ihm aber den Winter hindurch so viele davon zu Grunde, dass ihm nun das Stück von den übrig gebliebenen auf 3 fl. zu stehen kommt. Wie viel Schafe hatte er demnach noch? (2 fl. 12 Kr. = 132 Kr., oder $2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$ fl.)

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$\begin{array}{rcl}
 3 \text{ fl.} : \frac{11}{5} & = & 150 \text{ Sch.} : x \text{ Sch.} \\
 3 & & 150 \\
 5 & & 50 \\
 & & 10 \\
 & & 11 \\
 \hline
 & & 110 \text{ Schafe.}
 \end{array}$$

gross sein, als sie war; das Verhältniss ist daher fallend. Der Ansatz wird gelesen: 3 fl. verhalten sich zu $\frac{11}{5}$ fl., wie 150 Schafe zu x Sch. etc.

Da für eine gewisse Summe 150 Schafe, bei dem Preise von $2\frac{1}{5}$ oder $\frac{11}{5}$ fl. für jedes, angekauft werden konnten, so kann, wenn jetzt zur Erzielung dieser Summe 3 fl. für jedes gezahlt werden müsste, die Zahl der Schafe nicht mehr so

b) Nach der Kettenrechnung:

{ Schafe ? fl. 3 S. 1 5	1 S.	} 150 Schf. $\frac{11}{5}$ fl. 50 10 110 Schafe.

Wenn man erfahren will, wie viel Schafe Jemand für eine gewisse Summe Geldes hat, so muss ich vorher den Preis für jedes einzelne Schaf kennen; Zahl der Schafe und Preis für jedes Stück gehören daher als wirkende Ursachen zusammen. Der Ansatz wird nun gelesen: Wie viel Schafe, jedes Stück zu 3 fl., hat Jemand für eine gewisse Summe Geldes, wenn er für diese (1) Summe 150 Schafe, das Stück zu $\frac{11}{5}$ fl. kaufte etc.

Die Uebungsbeispiele hiezu finden sich von S. 37 etc. Nr. 276 — 301.

C. Vermischte Aufgaben zur Wiederholung der Proportions- und Kettenrechnung mit geraden und umgekehrten Verhältnissen.

Solche Aufgaben siehe S. 39 etc. von Nr. 302 — 336.

IV. Erweiterte oder zusammengesetzte Aufgaben aus der Proportions- und Kettenrechnung.

Diese Aufgaben enthalten mehr, als zwei auf einander bezogene Grössen.

A) Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Einheit auf die Mehrheit schliesst.

Beispiel: 1 Mann verdient in 1 Tage $52\frac{1}{2}$ Kr.; was verdienen 16 Arbeiter in 24 Tagen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

Vorbemerkung. Vor Allem sehe man nach dem zu suchenden Gliede oder nach der Frage, die das vierte Glied bildet. In das dritte Glied kommt diejenige Grösse, welche mit der zu suchenden gleichartig ist. Die übrigen gegebenen Verhältnisse werden in das erste und zweite Glied unter einander geschrieben und zwar nach den schon bei der einfachen Proportionsrechnung bereits angewendeten Grundsätzen.

$$1 \text{ A.} : 16 \text{ Arb.} = \frac{7}{8} \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$1 \text{ T.} : 24 \text{ Tg.}$$

$$\frac{8}{2}$$

$$48$$

$$7$$

$$336 \text{ fl.}$$

Die Frage heisst: Wie viel fl.? Die gleichartige Grösse, welche ins dritte Glied kommt, ist: $52\frac{1}{2}$ Kr. od. $\frac{7}{8}$ fl. Die übrigen Verhältnisse, die in der Aufgabe noch berücksichtigt werden mussten, kamen ins erste und zweite Glied. Die Frage heisst: Was verdienen 16 Arb.? 16 Arb. verdienen mehr, als 1 Arb.; das Verhältniss ist daher steigend; der Ansatz heisst demnach: 1 Arb. : 16 Arbeiter. Die Frage heisst weiter: Was verdienen sie in 24 Tagen? Antw.: Mehr als an 1 Tage; daher wieder ein steigendes Verhältniss etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

fl. ?

16 Arb.)

24 Tg.)

(Arb. 1

Tg. 1

8

$$\frac{7}{8} \text{ fl.}$$

$$\frac{2}{8}$$

$$14$$

$$24$$

$$56$$

$$28$$

$$336 \text{ fl.}$$

Je grösser die Anzahl der Arbeiter ist und je mehr Tage sie arbeiten, desto grösser ist auch der Verdienst. Arbeiter und Zeit gehören daher als wirkende Ursachen zusammen und müssen auf einer Reihe unter einander geschrieben werden. Der Ansatz wird gelesen: Wie viel fl. verdienen 16 Arbeiter in 24 Tagen, wenn 1 Arb. in 1 Tag $\frac{7}{8}$ fl. verdient etc.

Übungsaufgaben hiezu siehe S. 48 von Nr. 392—401.

B. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von der Mehrheit auf die Einheit schliesst.

Beispiel: Wie viel Lohn kommt auf 1 Mann in 1 Tage, wenn 19 Mann in 18 Tagen 171 fl. Lohn erhalten?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$19 \text{ M.} : 1 \text{ M.} = 171 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$18 \text{ Tg.} : 1 \text{ Tg.} = 19$$

$$2 : 1 = \frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Die Frage heisst: Wie viel fl. Lohn? Die dem zu suchenden Gliede gleichartige Grösse heisst: 171 fl. 1 Mann ver-

dient in 1 Tage weniger, als 19 Mann in 18 Tagen; daher sind dies fallende Verhältnisse.

b) Nach der Kettenrechnung:

Kr. ?		1 Mann
		1 Tag
(Mann	19	171 fl.
(Tagen	18	
fl.	1	60 Kr.
	2	9
		30 Kr.

Nach der Anzahl der Arbeiter und der Anzahl der Tage ihrer Arbeit lässt sich die Summe des Lohnes berechnen; daher müssen Mann und Tage als Ursachen zusammengestellt und unter einander geschrieben werden etc.

Übungsaufgaben hiezu siehe S. 49 etc., Nr. 402 — 412.

C. Zusammengesetzte Aufgaben, in welchen man von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit schliesst.

1) Arbeiter, Zeit und Verdienst.

1s Beispiel: Wenn 12 Mann in 10 Tagen 60 fl. verdienen, wie viel verdienen 40 Mann in 8 Tagen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$12 \text{ M.} : 40 \text{ Mann} = 60 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$10 \text{ T.} : 8 \text{ Tg.}$$

$$2 \quad 20$$

$$\hline 160 \text{ fl.}$$

ein steigendes Verhältniss, demnach: 12 M. : 40 M.; in 8 Tagen verdient man weniger, als in 10 Tagen, daher ein fallendes Verhältniss etc.

Die Frage ist: Wie viel verdienen 40 Mann in 8 Tagen? 40 Mann verdienen mehr als 12 M., daher

b) Nach der Kettenregel:

fl. ?		40 Mann
		8 Tagen
(Mann	12	60 fl.
(Tg.	10	
	3	20
		160 fl.

Je mehr Arbeiter sind und je mehr Tage sie arbeiten, desto grösser ist der Lohn. Arbeiter und Zeit müssen daher als die Ursachen in eine Reihe unter einander gestellt werden.

2s Beispiel: In wie viel Tagen verdienen 16 Mann, die täglich 10 Stunden arbeiten, bei 24 Kr. Taglohn eben so viel, als 20 Mann, die täglich 12 Stunden arbeiten, bei 18 Kr. Taglohn in 8 Tagen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

16 M. : 20 M. = 8 Tg. : x T. Die Frage ist: In wie viel
 10 St. : 12 St. Tagen verdienen sich 16 M.
 24 Kr. 18 Kr. eine gewisse Summe etc.?
 2 2 16 Mann brauchen länger
 2 9 Tage. dazu, als 20 M., also stei-
 täglich 10stündiger Arbeit braucht man länger dazu, als bei 12stün-
 diger; daher steigendes Verhältniss; bei einem Taglohn von 24 Kr.
 braucht man zum Verdienst einer gewissen Summe nicht so lang,
 als bei 18 Kr. Taglohn, daher fallendes Verhältniss; 8 Tage bil-
 den das dritte Glied etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

{	Tage?			}
	Std. 10	1 S.		
	M. 16			
	Tagl. Kr. 24			
	S. 1	8 Tg.		
	2	12 St.		
	2	20 M.		
	2	18 Kr. Tagl.		
		2		
		9 Tage.		

Die Zahl der Tage, welche zum Verdienste einer gewissen Summe erforderlich ist, kann nur berechnet werden, wenn die Zahl der täglichen Arbeitsstunden, die Anzahl der Arbeiter und der Taglohn bestimmt angegeben ist. Zu der Frage: Wie viel Tage? muss daher auch zugleich die Anzahl der tägl. Arbeitsstunden, die Zahl der Arbeiter

und der Taglohn gestellt werden. Der Ansatz wird gelesen: Wie viel Tage müssen bei täglich 10stündiger Arbeit und 24 Kr. Taglohn 16 Mann arbeiten, um eine gewisse Summe zu verdienen, wenn zu diesem Verdienste etc.

3s Beispiel: Wenn 9 Arbeiter in 11 Tagen bei täglich 16stündiger Arbeit 211 fl. 12 Kr. verdienen; wie viel Stunden müssen 27 Arbeiter 12 Tage lang jeden Tag arbeiten, um 475 fl. 12 Kr. zu verdienen?

Vorbereitende Rechnung: $211\frac{1}{5} = 105\frac{6}{5}$ fl.; $475\frac{1}{5} = 237\frac{6}{5}$ fl.

a) Nach der Proportionsrechnung:

Arb. 27 : 9 Arb. = 16 St. : x St. Die Frage heisst: Wie
 2 viel Stunden brauchen
 Tg. 12 : 11 Tg. 27 Arb.? 27 Arb. brau-
 fl. $\frac{1056}{5}$: $\frac{2376}{5}$ fl. chen weniger Stun-
 3 den, als 9 Arb., (also
 132 396 fallend), bei 12tägi-
 66 33 ger Arbeit sind weni-
 6 11 Stunden. ger Stunden erforder-
 475 $\frac{1}{5}$ = 237 $\frac{6}{5}$ fl. sind mehr Arbeitsstunden nöthig, als zum Ver-
 dienste von 211 $\frac{1}{5}$ fl. (demnach steigend) etc.

b) Nach der Kettenregel:

Std. ?	2376
Arb. 27	<u>5</u> fl.
Tag 12	
fl. 1056	9 Arb.
<u>5</u>	
3	11 Tg.
66	16 Std.
	792
	<u>66</u>
	11 Stunden.

Je mehr Arbeiter und je mehr Tage und Stunden sie arbeiten, desto grösser ist der Verdienst. Arbeiter, Tage und Stunden gehören daher als wirkende Ursachen zusammen. Da nun nach Stunden gefragt ist, so müssen der Frage die Arbeiter und Tage sogleich beigesetzt werden. Das Uebrige bedarf keiner Erklärung.

Die Uebungsbeispiele finden sich S. 52 etc. von Nr. 413—427.

2) Arbeiter, Arbeit und Zeit.

1s Beispiel: Wenn 24 Mann in 20 Tagen, täglich 10 Stunden arbeitend, 100 Klafter Holz machen können; wie viel Mann können in 15 Tagen, täglich 8 Stunden arbeitend, 90 Klafter machen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

Tg. 15 : 20 Tg. = 24 M. : x M.

St. 8 : 10 St. 3

Kl. 100 : 90 Kl.

3 2

18

6

12

3

36 Mann.

Die Frage ist: Wie viel Mann sind zu der benannten Arbeit nöthig? In 15 Tagen sind mehr Mann nöthig, als in 20 Tagen (steigend); bei täglich 8 stündiger Arbeit sind mehr Mann nöthig, als bei 10 stünd. (steigend). Um 90 Klfr. Holz zu machen, sind weniger M. nöthig, als um 100 Kl. zu machen (fallend) etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

Mann ?	
Tg. 15	90 Kl.
St. 8	
Klfr. 100	24 M.
5	20 T.
	10 St.
	8
	<u>4</u>
	36 Mann.

Die Frage heisst: Wie viel Mann können in 15 Tagen, täglich 8 Stunden arbeitend, 90 Klafter machen? Je mehr Tage und je mehr Stunden täglich daran gemacht werden, desto weniger sind Mann nöthig. Da nun die Anzahl der Mann von der Anzahl der Tage und Stunden bedingt ist, so muss auch zu der Frage: Wie viel Mann? zugleich die Anzahl der Tage und Stunden gesetzt werden etc.

2s Beispiel: 18 Weber können in 24 Tagen bei täglich 12stündiger Arbeit 120 Ellen 3 Achtel breites Tuch machen; wie viele Ellen 3 Viertel breites Tuch werden 40 Weber in $75\frac{3}{5}$ Tagen bei täglich 16stündiger Arbeit fertigen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$3 \text{ Viertel} = 6 \text{ Achtel. } 75\frac{3}{5} = 37\frac{8}{5}.$$

$$\text{Acht. } 6 : 3 \text{ Acht.} = 120 \text{ Ell.} : x$$

$$\text{W. } 18 : 40 \text{ W.} \quad 10$$

$$\text{T. } 24 : \frac{378}{5} \text{ T.} \quad 2$$

$$\text{St. } 12 : 16 \text{ St.}$$

$$5 \quad 63$$

$$6 \quad 21$$

$$3 \quad 5$$

$$8 \quad 7$$

$$35$$

$$16$$

$$210$$

$$35$$

$$560 \text{ Ellen.}$$

Wenn die Elle Leinwand 3 Viertel breit werden soll, so wird weniger fertig, als wenn sie $\frac{3}{8}$ breit wird (fallend); wenn 40 W. arbeiten, wird mehr fertig, als wenn 18 W. arbeiten (steigend); wenn sie $75\frac{3}{5} = 37\frac{8}{5}$ Tage arbeiten, wird mehr fertig, als bei 24 tägiger Arbeit (steigend); wenn sie täglich 16 Stunden arbeiten, wird mehr fertig, als bei täglich 12 stündiger Arbeit (steigend) etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

$$\left(\begin{array}{l} \text{Ell. ?} \\ \text{Acht. br. } 6 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} 40 \text{ W.} \\ \frac{378}{5} \text{ T.} \\ 16 \text{ St.} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{W. } 18 \\ \text{T. } 24 \\ \text{St. } 12 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} 120 \text{ Ellen} \\ 3 \text{ Acht. br.} \end{array} \right\}$$

$$5 \quad 24$$

$$2 \quad 20$$

$$3 \quad 5$$

$$126$$

$$3 \quad 21$$

$$7$$

$$35$$

$$\times 16$$

$$560 \text{ Ellen.}$$

Da nach Ellen Leinwand gefragt wird, und die Anzahl der Ellen Leinwand, welche gewebt werden soll, von der Breite der Leinwand abhängig ist, so muss der Frage gleich beigesetzt werden, wie breit die Leinwand ist. Je mehr Weber arbeiten, je mehr Tage und je mehr Stunden sie täglich daran machen; desto mehr Ellen bringen sie fertig. Die Anzahl der Weber, Tage und Stunden, gehört daher auf die rechte Reihe und wird dort als Ursache unter einander gestellt etc.

3s Beispiel: Es haben 14 Arbeiter in 4 Wochen bei täglich 8 stündiger Arbeit einen Graben 120 Fuss lang, 6'

breit und $3\frac{1}{2}'$ tief gegraben. Nun soll ein anderer Graben gezogen werden 315' lang, 9' breit und $4\frac{1}{2}'$ tief, der in 12 Wochen fertig sein soll. Wie viele Arbeiter sind bei täglich 9 stündiger Arbeit dazu erforderlich?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$\text{F. l. } 120 : 315 \text{ F. l. } = 14 \text{ A.} : x \text{ A.}$$

$$\text{F. br. } 6 : 9 \text{ F. br. } 2$$

$$\text{F. t. } \frac{7}{2} : \frac{9}{2} \text{ F. t.}$$

$$\text{W. } 12 : 4 \text{ W.}$$

$$\text{St. } 9 : 8 \text{ St.}$$

$$3 \quad 3$$

$$15 \quad 21$$

$$2$$

21 Arbeiter.

gende Verhältnisse. Wenn 12 Wochen an dem Graben gefertigt wird, so sind weniger Arbeiter nöthig, als wenn derselbe in 4 Wochen fertig sein soll (fallend); eben so sind bei täglich 9 stündiger Arbeit weniger Arbeiter erforderlich, als bei 8 stündiger (fallend.)

b) Nach der Kettenrechnung:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Arb. ?} \\ \text{St. } 9 \\ \text{W. } 12 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ Grb.} \\ 315 \text{ F. l.} \\ 9 \text{ F. br.} \\ \frac{9}{2} \text{ F. tf.} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Gr. } 1 \\ \text{F. l. } 120 \\ \text{F. br. } 6 \\ \text{F. t. } \frac{7}{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 14 \text{ Arb.} \\ 4 \text{ W.} \\ 8 \text{ St.} \\ 3 \end{array} \right\}$$

$$3 \quad 21$$

$$15 \quad 2$$

$$2$$

21 Arbeiter.

Die Frage ist: Wie viel Arbeiter sind erforderlich? Wenn dies aber berechnet werden soll, so muss zugleich vorher auch mit angegeben werden, wie viel Wochen und wie viel Stunden täglich sie arbeiten; eben daher muss zu der Frage: Wie viel Arbeiter sind erforderlich, sogleich geschrieben werden: in 12 Wochen bei täglich 9 stündiger Arbeit. Auf die entgegengesetzte Reihe kommt die Arbeit, die sie verrichten sollen: 1 Graben; es muss aber zugleich auch beigesetzt werden, wie viel F. l., br. und tief er ist etc.

Die Uebungsaufgaben hiezu siehe S. 56 etc. von Nr. 428—442.

3) Lebensmittel, Verzehr, Zeit und Verbrauch.

1s Beispiel: 15 Pferde reichen mit einem Vorrathe Haber 20 Tage, wenn täglich jedes 16 Mass bekommt; wie lange werden mit diesem Vorrathe 12 Pferde reichen, wenn jedem täglich nur 15 Mass gegeben werden?

a) Berechnung nach der Proportionsrechnung:

$$\begin{array}{l} \text{Pf. } 12 : 15 \text{ Pf.} = 20 \text{ Tage} : x \text{ T.} \\ \text{Mass } 15 : 16 \text{ Mass} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 5 \quad \underline{\quad} \quad 1 \\ 3 : 80 = 26\frac{2}{3} \text{ Tage.} \end{array}$$

$$3 : 80 = 26\frac{2}{3} \text{ Tage.}$$

Vorrath auch länger, als wenn eines 16 Mass erhält; beide Verhältnisse sind daher steigend etc.

b) Nach der Kettenregel:

$$\begin{array}{l|l} \text{Tage?} & 1 \text{ Habervorr.} \\ \text{Pf. } 12 & 15 \text{ Pf.} \\ \text{Mss. } 15 & 16 \text{ Mss.} \\ \text{Habervorr. } 1 & 20 \text{ Tage} \\ 3 & 4 \\ \hline 3 & 80 = 26\frac{2}{3} \text{ Tage.} \end{array}$$

Es kann nicht berechnet werden, wie viel Tage ein Habervorrath dauert, wenn nicht bei der Frage: Wie viel Tage? zugleich die Anzahl der Pferde, die damit gefüttert wird und das tägliche Quantum des Futters mit bestimmt wird; daher muss unter die Frage: Wie viel Tage? noch gestellt werden: 12 Pferde, täglich jedes 15 Mass etc.

2s Beispiel: Ein Wirth hat für 8 Pferde in 12 Tagen 6 Schfl. Haber gebraucht; wie viel braucht er für 24 Pferde in 3 Wochen?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$3 \text{ Wochen} = 21 \text{ Tage.}$$

$$\begin{array}{l} \text{Pf. } 8 : 24 \text{ Pf.} = 6 \text{ Schfl.} : x \text{ Schfl.} \\ \text{Tg. } 12 : 21 \text{ Tg.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \\ \hline 2 : 63 = 31\frac{1}{2} \text{ Schfl.} \end{array}$$

mehr, als in 12 Tagen; beide Verhältnisse sind demnach steigend.

b) Nach der Kettenrechnung:

$$\begin{array}{l|l} \text{Schfl. ?} & 24 \text{ Pf.} \\ \text{Pf. } 8 & 21 \text{ Tg.} \\ \text{Tg. } 12 & 6 \text{ Schfl.} \\ 2 & 3 \\ \hline 2 & 63 = 31\frac{1}{2} \text{ Schfl.} \end{array}$$

Je mehr Pferde, und je mehr Tage sie gefüttert werden, desto grösser muss der Habervorrath sein. Pferde und Tage gehören demnach als wirkende Ursachen zusammen.

Die Uebungsaufgaben finden sich S. 58 etc. von Nr. 443 bis 454.

4) Länge, Breite und Höhe oder Tiefe oder Dicke.

1s Beispiel: Wie viele Fuder Steine braucht man zu einem Pflaster, das 60 Fuss lang und 24 Fuss breit ist, wenn man zu einem Pflaster, das 24 Fuss lang und 24 Fuss breit ist, 16 Fuder braucht?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$\text{F. l. } 24 : 60 \text{ F. l.} = 16 \text{ Fud.} : x \text{ F.}$$

F. l. 24	:	60 F. l.	=	16 Fud.	:	x F.
F. br. 24		24 F. br.				
3		20				
		2				
		40				
		Fuder.				

Wenn das Pflaster 60 F. l. werden soll, so sind mehr Steine erforderlich, als bei einer Länge von 24 Fuss, daher ist es ein steigendes Verhältniss etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

St. Fd.?		1 Pfl.	}
		60 F. l.	
		24 F. br.	
Pfl. 1			
F. l. 24			
F. br. 24		16 Fuder	
3		2	
		20	
		40	
		Fuder.	

Um bestimmen zu können, wie viel Fuder Steine zu einem Pflaster nöthig sind, muss vorher genau die Länge und Breite des Pflasters angegeben werden. Unter Pflaster muss daher die Länge und Breite desselben angeschrieben werden.

2s Beispiel: Wie lang wird eine Mauer werden mit 400 Steinen, welche 8 Fuss hoch und $2\frac{1}{2}$ Fuss dick sein soll, wenn 1 Stein $3\frac{1}{2}$ Fuss lang, 2 Fuss hoch und $1\frac{1}{4}$ Fuss dick ist.

a) Nach der Proportionsrechnung:

St. 1	:	400 St.	=	$\frac{7}{2}$ F. l.	:	x F. l.
F. h. 8	:	2 F. h.				
F. d. $\frac{5}{2}$	:	$\frac{5}{4}$ F. d.				
4		100				
4		25				
		7				
		175				
		Fuss lang.				

400 Steine geben eine grössere Länge, als 1 Stein, daher steigend; wenn die Mauer 8 Fuss hoch werden soll, kann sie nicht so lang werden, als bei 2 Fuss Höhe; daher fallend; bei $2\frac{1}{2}$ Fuss Dicke kann

sie ebenfalls nicht so lang werden, als bei $1\frac{1}{4}$ Fuss Dicke, daher wieder fallend.

b) Nach der Kettenrechnung:

F. l. ? F. h. 8 F. d. $\frac{5}{2}$	400 Steinen	
	Stein 1	$\frac{7}{2}$ F. l.
	4	2 F. h.
	4	$\frac{5}{4}$ F. d.
		100
		25
		175 Fuss lang.

Wenn ich berechnen will, wie lang eine Mauer von 400 Steinen werden soll, so muss ich nothwendiger Weise der Länge zugleich auch die Höhe und Dicke derselben beisetzen.

Uebungsaufgaben siehe S. 60 etc. von Nr. 455 — 466.

5) Gewicht oder Mass und Zeit.

Beispiel: Wenn der Metzen Korn 1 fl. 45 Kr. kostet, so wiegt ein 6 Kr. Brod 2 fl. 6 Loth; wie viel muss ein 9 Kreuzerbrod wiegen, wenn der Metzen Korn mit 2 fl. bezahlt wird? (1 fl. 45 Kr. = 105 Kr. = $\frac{7}{4}$ fl.; 2 fl. 6 Lth. = 70 Lth.)

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$\text{Krbr. } 6 : 9 \text{ Krbr.} = 70 \text{ Lth.} : x \text{ Lth.}$$

35

$$\text{fl. } 2 : \frac{7}{4} \text{ fl.}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 21 \\ \hline 35 \end{array}$$

105

63 32

$$8 : 735 = 9 : 1 = 2 \text{ fl. } 27\frac{7}{8} \text{ Lth.}$$

$\frac{7}{8}$

64

Ein 9 Kreuzerbrod muss mehr wiegen, als ein 6 Kreuzerbr. (steigend); wenn der Mtz. Korn 2 fl. kostet, so kann das Brod nicht so schwer sein, als wenn derselbe nur $\frac{7}{4}$ fl. kostet (fallendes Verhältniss).

b) Nach der Kettenrechnung:

Lth. ?	9 Krbr.	
fl. 2		
Krbr. 6	$\frac{7}{4}$ fl.	
4	70 Lth.	
2		
	3	
	35	
8	105	
	7	32

Der Werth des Brodes kann nur nach Angabe des Getreidpreises u. des Gewichts des Brodes bestimmt werden. Gewicht u. Getreidpreis müssen demnach als wirkende Ursachen beisammen stehen.

$8 : 735 = 91\frac{7}{8}$ Lth. = 2 fl. 27 $\frac{7}{8}$ Lth.
hen. Da hier nach dem Gewichte des Brodes gefragt wird, so muss zu der Frage: Wie viel Loth? noch gesetzt werden, dass der Metzen Korn 2 fl. kostet?

Die Uebungsaufgaben finden sich S. 62 etc. von Nr. 467—473.

6) Gewicht und Entfernung.

Beispiel: Wenn 30 Ctr. 12 Stunden weit zu führen 37 fl. 30 Kr. kosten; wie viele Stunden weit können dann 16 Ctr. um 10 fl. gefahren werden? $37 \text{ fl. } 30 \text{ Kr.} = 7\frac{5}{2} \text{ fl.}$

a) Nach der Proportionsrechnung:

Ctr. 16 : 30 Ctr. = 12 St. $\times$ St.

fl. $\frac{75}{2}$: 10 fl. 6 Stunden.

5 2
8 2
4 2

16 Ctr. können um denselben Preis weiter gefahren werden, als 30 Ctr.; darum ist das Verhältniss ein steigendes; um 10 fl. kann die Waare nicht

so weit gefahren werden, als um $37\frac{1}{2}$ fl.; daher ist das Verhältniss fallend etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

Std. ?	10 fl.	
Ctr. 16	30 Ctr.	
fl. $\frac{75}{2}$	12 Std.	
2	2	
5	2	
8	3	
4	2	

Bei Frachtrechnungen gehören die Anzahl der Centner, welche geladen werden, und die Weite des Weges als wirkende Ursachen zusammen; denn je grösser die Last und je weiter der Weg ist, desto mehr beträgt auch das Fuhrlohn.

6 Stunden.

Uebungsbeispiele hiezu siehe S. 64 von Nr. 474—480.

Beispiel: Es accordirt Jemand, 25 Ctr. 60 Stunden weit zu führen; nach 10 Stunden werden ihm noch 5 Ctr. aufgeladen; wie weit hat er noch zu fahren?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$\text{Ctr. } 30 : 25 \text{ Ctr.} = 50 \text{ Stunden} : x \text{ Std.}$$

5

$$3 : 125 = 41\frac{2}{3} \text{ Stunden weit.}$$

5 Ctr. schon 10 Stunden weit geführt waren, so fragt sich, wie weit diese $25 + 5 = 30$ Ctr. noch gefahren werden müssen. Der Ansatz heisst daher: 30 Ctr. verhalten sich zu 25 Ctr., wie 50 Stunden zu x Stunden.

Da die 25 Ctr., welche 60 Stunden weit geführt werden sollten, bei der Nachladung von

b) Nach der Kettenrechnung:

$$\left(\begin{array}{l} \text{Std. ?} \\ \text{Ctr. } 30 \end{array} \right) \quad 1 \text{ gewisser Lohn.}$$

$$\text{gew. L. } 1 \quad \left(\begin{array}{l} 25 \text{ Ctr.} \\ 50 \text{ Std.} \end{array} \right)$$

$$3 : 125 = 41\frac{2}{3} \text{ Stunden weit.}$$

Übungsaufgaben hiezu auf S. 65 Nr. 481 und 482.

V. Einige besondere Rechnungs-Arten durch die Proportions- und Ketten-Rechnung.

A. Zinsrechnung.

Eine kurze einleitende Belehrung hiezu ist schon auf S. 65 gegeben, wesshalb ich mich hier auf das dort Gesagte berufe.

1) Berechnung des Zinses

(aus dem Capitale, der Zeit und dem Zinsfusse.)

1s Beispiel: Wie viel Zins werfen 935 fl. Capital bei $4\frac{0}{100}$ in 1 Jahr ab?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$100 \text{ fl. C.} : 935 \text{ fl. C.} = 4 \text{ fl. Z.} : x \text{ fl. Z.}$$

25

$$5 : 187 = 37\frac{2}{5} \text{ fl. Zins.}$$

Cap. ab, da 100 fl. Cap. 4 fl. Zins tragen. 935 fl. Cap. tragen mehr Zins, als 100 fl.; das Verhältniss ist daher ein steigendes.

Die Aufgabe heisst eigentlich: Wie viel fl. Zins werfen 935 fl.

b) Nach der Kettenrechnung:

Z. fl. ?	935 fl. C.
C. fl. 100	4 fl. Z.
25	
5	187
5	187 = 37 $\frac{2}{5}$ fl. Zins.

2s Beispiel: Wie viel betragen die Zinsen von 750 fl. Capital zu 3 $\frac{1}{3}$ Procent in 4 $\frac{1}{4}$ Jahren?

(Zu 3 $\frac{1}{3}$ Procent heisst: 100 fl. Cap. tragen in 1 Jahr 3 $\frac{1}{3}$ fl. Zins.)

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$100 \text{ fl. C.} : 750 \text{ fl. C.} = \frac{10}{3} \text{ fl. Z.} : x \text{ fl. Z.}$$

1 J. :	$\frac{17}{4}$
3	25
4	
	85
	34

$$4 : 425 = 106\frac{1}{4} \text{ fl. Zins.}$$

750 fl. C. werfen mehr Zinsen ab, als 100 fl. C., daher ist das Verhältniss einsteigendes; in $\frac{1}{4}$ J. trägt ein Cap. mehr Zinsen, als in 1 Jahr; das Verhältniss ist demnach wieder steigend etc.

b) Nach der Kettenrechnung:

Z. fl. ?	750 fl. C.
	$\frac{17}{4}$ J.
C. fl. 100	$\frac{10}{3}$ fl. Z.
J. 1	
4	25
3	
	84
	34

$$4 : 425 = 106\frac{1}{4} \text{ fl. Zins.}$$

Je grösser das Capital und je mehr Jahre es ausgeliehen ist, desto mehr beträgt der Zins. Capital und Zeit müssen daher als wirkende Ursachen zusammengestellt werden.

3s Beispiel: Wie viel fl. Zins geben 1250 fl. Capital zu 4 $\frac{1}{2}$ Procent in 4 Monaten?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$100 \text{ fl. C.} : 1250 \text{ fl. C.} = \frac{9}{2} \text{ fl. Z.} : x \text{ fl. Z.}$$

$$12 \text{ Mon.} : 4 \text{ M.} \quad 3$$

2	25	3
3	3	
2	4 : 75 =	
4		

1250 fl. C. werfen mehr Zinsen ab, als 100 fl. C., (daher steigend), in 4 Mon. wirft ein Cap. nicht so viel Zins ab, als in 1 Jahr od. in 12 Mon., (daher fallend).

b) Nach der Kettenrechnung:

Z. fl.?	1250 fl. C.
	4 M.
Cap. fl. 100	
M. 12	$\frac{9}{2}$ fl. Zins.
2	3
3	25
2	

$$4 : 75 = 18\frac{3}{4} \text{ fl. Zins.}$$

Übungsaufgaben finden sich hiezu von S. 68 etc. Nr. 496 bis 509.

2) Berechnung des Capitals

(aus den Zinsen, dem Zinsfusse und der Zeit.)

1s Beispiel: Wie stark ist ein Capital, das zu $5\frac{0}{10}$ 462 $\frac{1}{2}$ fl. jährliche Interessen bringt?

$$462\frac{1}{2} = 9\frac{2}{5}.$$

a) Nach der Proportionsrechn.

b) Nach der Kettenrechn.

$$5 \text{ fl. Z.} : \frac{925}{2} \text{ fl. Z.} = 100 \text{ fl. C.} : x \text{ fl.}$$

2	185	50
	50	
	9250 fl. Capital.	

C. fl.?	$\frac{925}{2}$ fl. Z.
Z. fl. 5	100 fl. C.
2	185
	50

$$9250 \text{ fl. Cap.}$$

2s Beispiel: Wie gross ist das Capital, welches in 4 Jahren zu $3\frac{1}{3}$ Procent 520 Thaler Interessen brachte?

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$4 \text{ J.} : 1 \text{ J.} = 100 \text{ fl.} : x \text{ fl. C.}$$

$$\frac{10}{3} \text{ Thl. Z.} : 520 \text{ Thlr. Z.}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 13 \\ \hline \end{array}$$

$$39$$

$$100$$

$$3900 \text{ Thlr. Cap.}$$

Zur Erlangung eines gewissen Zinses in 4 Jahren ist ein kleineres Capital nöthig; als wenn man diese Summe Zinses in 1 Jahr erhalten will; daher ist das Verhältniss fallend. Um 520 Thlr. Zinsen zu erzielen, ist ein grösseres Capital erforderlich, als zur Erzielung von $\frac{10}{3}$ fl. Zins, daher steigend.

b) Nach der Kettenrechnung:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cap. Thlr. ?} \\ \text{J. } 4 \\ \text{Z. Thlr. } \frac{10}{3} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 520 \text{ Thlr. Zins.} \\ 100 \text{ fl. C.} \\ 1 \text{ J.} \end{array}$$

$$3$$

$$13$$

$$39$$

$$100$$

$$3900 \text{ Thlr. Capital.}$$

Capital und Zeit können als wirkende Ursachen nicht getrennt stehen; denn je grösser das Capital und je länger es verliehen ist, desto grösser der Zins. Daher muss zu der Frage: Wie viel Capital ist erforderlich? zugleich geschrieben werden, dass dasselbe in 4 Jahren die 520 Thlr. Zins abwerfen soll.

3s Beispiel: Für welches Capital erhält man zu $3\frac{3}{4}$ Procent in 11 Mon. $25\frac{1}{2}$ fl. Zins?

a) Nach der Proportionsrechn.

$$11 \text{ M.} : 12 \text{ Mon.} = 100 \text{ fl.} : x \text{ fl. C.}$$

$$\frac{15}{4} \text{ fl. Z.} : \frac{51}{2} \text{ fl. Z.}$$

$$20$$

$$2$$

$$3$$

$$4$$

$$2$$

$$17$$

$$34$$

$$12$$

$$68$$

$$34$$

$$408$$

$$20$$

$$11 : 8160 = 741\frac{2}{11} \text{ fl. Cap.}$$

b) Nach der Kettenrechn.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{C. fl. ?} \\ \text{M. } 11 \\ \text{Z. fl. } \frac{15}{4} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{51}{2} \text{ fl. Z.} \\ 100 \text{ fl. C.} \\ 12 \text{ M.} \end{array}$$

$$2$$

$$3$$

$$4$$

$$2$$

$$20$$

$$17$$

$$11 :$$

$$17 \times 20 \times 2 \times 12 = 8160 = 741\frac{2}{11} \text{ fl. Cap.}$$

Uebungsaufgaben hiezu S. 72 von Nr. 519—530.

3) Berechnung des Zinsfusses oder der Procente (aus dem Capitale, den Zinsen und der Zeit.)

1s Beispiel: Welches ist der Zinsfuss von einem Capital, das 3200 fl. stark ist und jährlich 144 fl. Zins trägt? (Welches ist der Zinsfuss, heisst: Wie viel Zins tragen 100 fl. Cap. in 1 Jahr?)

a) Nach der Proportionsrechnung:

$$3200 \text{ fl. C.} : 100 \text{ fl. C.} = 144 \text{ fl. Z.} : x \text{ fl. Z.}$$

$$\frac{4}{2} \quad \frac{18}{9} = 4\frac{1}{2} \text{ fl.}$$

100 fl. Cap. tragen weniger Zins, als 3200 fl. C.; das Verhältniss ist daher fallend. Nach dieser Rechnung ist das Capital zu $4\frac{1}{2}$ Procent angelegt.

b) Nach der Kettenrechnung:

Zins fl. ?	100 fl. Cap.
C. fl. 3200	144 fl. Z.
2	9
2	$9 = 4\frac{1}{2} \text{ fl.}$

2s Beispiel: Zu wie viel Procent ist ein Capital von 500 fl. ausgeliehen, wenn dasselbe in $3\frac{1}{2}$ Jahren $87\frac{1}{2}$ fl. Interessen brachte?

a) Nach der Proportionsrechn.

b) Nach der Kettenrechn.

$$500 \text{ fl. C.} : 100 \text{ fl. C.} = \frac{175}{2} \text{ fl. Z.} : x$$

$$\frac{7}{2} \text{ J.} : 1 \text{ J.}$$

Zu 5 Procent.

Z. fl. ?	100 fl. C.)
	1 J.)
C. fl. 500	$\frac{175}{2}$ fl. Z.
J. $\frac{7}{2}$	35
	5 Proc.

Uebungsbeispiele hiezu siehe S. 75 von Nr. 540–551.

4) Berechnung der Zeit

(aus dem Capitale, den Zinsen und dem Zinsfusse.)

Beispiel: Wie lange müssen 300 fl. Cap. zu $4\frac{1}{2}$ Proc. stehen, bis sie 90 fl. Zinsen bringen?

a) Nach der Proportionsrechn.

b) Nach der Kettenrechn.

$$300 \text{ fl. C.} : 100 \text{ fl. C.} = 1 \text{ J.} : x \text{ J.}$$

$$\frac{9}{2} \text{ fl. Z.} \quad 90 \text{ fl. Z.}$$

$$\frac{3}{2} \quad 2$$

$$10$$

$$3 : 20 = 6\frac{2}{3} \text{ J.}$$

$\left. \begin{array}{l} \text{J. ?} \\ \text{C. fl. 300} \\ \text{Z. fl. } \frac{9}{2} \end{array} \right\}$	$\begin{array}{l} 90 \text{ fl. Z.} \\ 100 \text{ fl. C.} \\ 1 \text{ J.} \end{array}$
$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
10	10

$$3 : 20 = 6\frac{2}{3} \text{ J.}$$

Die Uebungsbeispiele hiezu finden sich S. 77 von Nr. 562—571.

5) Aufgaben, in welchen die Zahl der Tage erst aus der Zeitdauer bestimmt werden muss.

Die Vorbemerkungen und Belehrungen hierüber findet man auf S. 78.

Beispiel: Wie viele Zinsen bringen 875 fl. Capital zu 6 Procent vom 27. September bis zum 16. October?

(Vom 27. September bis zu Ende des Monats sind 4 Tage, dazu noch 15 = 19 Tage. Die Aufgabe kann daher auch so lauten: Wie viel Zinsen bringen 875 fl. in 19 Tagen, wenn 100 fl. Cap. in 360 Tagen 6 fl. Zinsen abwerfen?)

a) Nach der Proportionsrechn.

b) Nach der Kettenrechn.

$$100 \text{ fl. C.} : 875 \text{ fl. C.} = 6 \text{ fl. Z.} : x \text{ fl. Z.}$$

$$360 \text{ T.} : 19 \text{ T.}$$

$$\frac{4}{72} \quad 35$$

$$\frac{72}{12} \quad 7$$

$$48 : 133 = 2\frac{37}{48} \text{ fl. Zins.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Z. fl. ?} \\ 875 \text{ fl. C.} \\ 19 \text{ T.} \end{array} \right\}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{C. fl. 100} \\ \text{T. 360} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 6 \text{ fl. Z.} \\ 35 \\ 7 \end{array}$$

$$4 \quad 35$$

$$60 \quad 7$$

$$12$$

$$48$$

$$133 = 2\frac{37}{48} \text{ fl. Z.}$$

Die Uebungsbeispiele hiezu siehe S. 79 von Nr. 572—581.

6) Einige Abkürzungen zur Auffindung der Zinsen mehrerer Capitalien.

1s Beispiel: Wie viel betragen die jährlichen Zinsen zu 5% von 350 + 472 + 1260 + 1628 fl.?

Vorbereitende Rechnung:

350 fl.	Es ist nicht nothwendig, dass man die Zinsen von diesen 4 Cap. durch 4 Ansätze berechnet. Bei gleicher Zeit und gleichem Zinsfusse findet man die Zinsen von verschiedenen Capitalien dadurch, dass man die Capitalien addirt und aus dieser Summe die Zinsen sucht. Obige 4 Capitalien betragen nach nebenstehender Berechnung im Ganzen 3710 fl.
472 „	
1260 „	
1628 „	
<u>3710 fl.</u>	

a) Nach der Proportionsrechn.

b) Nach der Kettenrechn.

$$100 \text{ fl. C.} : 3710 \text{ fl. C.} = 5 \text{ fl. Z.} : x \text{ fl. Z.} \quad \text{Z. fl. ?} \quad 3710 \text{ fl. C.}$$

$$2 : 371 = 185\frac{1}{2} \text{ fl.} \quad \text{C. fl. 100} \quad 5 \text{ fl. Z.}$$

2

2

$$2 \mid 371 = 185\frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Zins.

2s Beispiel: Albert hat zu 4 Procent ausstehen: 6250 fl. auf 3 Jahre, 4837 fl. 30 Kr. auf 4 Jahre und 3000 fl. auf 2 Jahre 6 Monate; wie viel betragen die sämmtlichen Zinsen?

Vorbereitende Rechnung:

6250 fl.	tragen in 3 J.	ebenso viel Z.	als	$6250 \times 3 = 18750$	fl. in 1 J.
4837 $\frac{1}{2}$ fl.	„ „ 4 „	„ „ „ „	„	$4837\frac{1}{2} \times 4 = 19350$	„ „ „
3000 fl.	„ „ 2 $\frac{1}{2}$ „	„ „ „ „	„	$3000 \times 2\frac{1}{2} = 7500$	„ „ „
				<u>45,600</u>	„ „ „

6250 fl. C. tragen in 3 J. gerade so viel Zinsen, als 6250×3 fl. = 18750 fl. Cap. in 1 J.; denn ein Cap., das in 1 Jahr gerade so viel Zins tragen soll, als ein anderes auf 3 Jahre zu gleichem Zinsfusse ausgeliehenes, muss auch 3 mal so gross sein, als das letztere. Bei verschiedenen, zu gleichem Zinsfusse aber auf verschiedene Zeit ausgeliehenen Capitalien multiplicire man daher jedes Capital mit seiner Zeit und addire dann die Producte. Hierdurch erhält man dann ein einziges Capital auf eine einzige Zeit, z. B. auf 1 Monat, auf 1 Jahr etc., woraus dann der Zins leicht zu berechnen ist. Die oben angegebenen Capitalien tragen in der dort bestimmten Zeit gerade so viel, als 45600 fl. in 1 Jahr.

a) Nach der Proportionsrechn.

b) Nach der Kettenrechn.

$$100 \text{ fl. C.} : 45600 \text{ fl. C.} = 4 \text{ fl. Z.} : x \text{ fl. Z.} \quad \text{Z. fl. ?} \quad 45600 \text{ fl. C.}$$

$$\quad \quad \quad 4 \quad \quad \quad \text{C. fl. 100} \quad \quad \quad 4 \text{ fl. Z.}$$

$$1824 \text{ fl. Z.} \quad \quad \quad 1824 \text{ fl. Z.}$$

3s Beispiel: Wie viel betragen die Zinsen in 2 Jahren von 750 fl. Cap. zu 4%, von 1280 fl. C. zu 5 $\frac{1}{2}$ % und 324 fl. C. zu 6%?

Einleitende Rechnung:

$$750 \text{ fl. zu } 4\frac{0}{0} = 750 \times 4 = 3000 \text{ fl. zu } 1\frac{0}{0}$$

$$1280 \text{ „ „ } 5\frac{1}{2}\frac{0}{0} = 1280 \times 5\frac{1}{2} = 7040 \text{ „ „ „}$$

$$324 \text{ „ „ } 6\frac{0}{0} = 324 \times 6 = 1944 \text{ „ „ „}$$

Die 3 Cap. tragen in der angegeb. Zeit so viel als 11984 fl. zu 1 $\frac{0}{0}$.

Bei gleicher Zeit, aber ungleichen Cap. und ungleichem Zinsfusse multiplicire man jedes Cap. mit seinem Zinsfusse, und addire dann die Producte. Hierdurch erhält man ein einziges Cap. zu 1 $\frac{0}{0}$ verliehen.

a) Nach der Proportionsrechn.

$$100 : 11984 \text{ fl. C.} = 1 \text{ fl. Z.} : x \text{ fl. Z.}$$

$$1 \text{ J.} : 2 \text{ J.}$$

$$50$$

$$25 : 5992 = 239\frac{17}{25} \text{ fl. Z.}$$

b) Nach der Kettenrechn.

$$\begin{array}{l|l} \text{Z. fl. ?} & 11984 \text{ fl. C.} \\ & 2 \text{ J.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{C. fl. 100} & \\ \text{J. 1} & 1 \text{ fl. Z.} \\ & 50 \\ & 25 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ 5992 = 239\frac{17}{25} \\ \text{fl. Zins.} \end{array}$$

4s Beispiel: Bernhard hat die Zinsen von 800 fl. zu 4 $\frac{0}{0}$ auf 2 $\frac{1}{2}$ Jahre, von 500 fl. zu 3 $\frac{0}{0}$ auf 5 Jahre und von 600 fl. C. zu 6 $\frac{0}{0}$ auf 8 Jahre ausstehen; wie viel betragen solche?

Einleitende Berechnung:

$$800 \text{ fl. zu } 4\frac{0}{0} = 3200 \text{ fl. zu } 1\frac{0}{0}; 3200 \text{ fl. in } 2\frac{1}{2} \text{ J.} = 8000 \text{ fl.}$$

$$500 \text{ „ „ } 3\frac{0}{0} = 1500 \text{ „ „ } 1 \text{ „ } 1500 \text{ „ „ } 5 \text{ „ } = 7500 \text{ „}$$

$$600 \text{ „ „ } 6\frac{0}{0} = 3600 \text{ „ „ } 1 \text{ „ } 3600 \text{ „ „ } 8 \text{ „ } = 28800 \text{ „}$$

Diese 3 Capitalien betragen so viel, als . . . 44,300 fl.
Capital zu 1 $\frac{0}{0}$ in 1 Jahr.

Bei ungleichen Capitalien, Zeiten und Zinsfussen multiplicire man, wie oben geschehen, die Capitalien mit dem Zinsfusse und der Zeit, und addire diese Producte. Hierdurch erhält man ein einziges Capital zu 1 Procent auf einerlei Zeit verliehen. Nachdem dieses geschehen, ist der Zins leicht zu finden.

a) Nach der Proportionsrechn.

$$100 \text{ fl. C.} : 44300 \text{ fl. C.} = 1 \text{ fl. Z.} : x \text{ fl. Z.}$$

$$443 \text{ fl. Zins.}$$

b) Nach der Kettenrechn.

$$\begin{array}{l|l} \text{Z. fl. ?} & 44300 \text{ fl. C.} \\ & 1 \text{ fl. Z.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{C. fl. 100} & \\ & 1 \text{ fl. Z.} \end{array}$$

$$443 \text{ fl. Z.}$$

Die Uebungsaufgaben hiezu s. S. 82 etc. von Nr. 582—596.

B. Terminrechnung.

Die nöthigen Vorbemerkungen hiezu sind zu lesen auf S. 83.

1) Mittlerer Zahlungstermin bei gleich grossen, aber zu verschiedenen Zeiten fälligen Capitalien.

Beispiel: Es soll Jemand 600 fl. in 3 Jahren, und zwar jedes Jahr 200 fl. ohne Zins zahlen. Wenn er nun diese 600 fl. auf einmal bezahlen will, in welcher Zeit wird dieses ohne Jemandes Nachtheil geschehen können?

Die vorbereitende Rechnung ganz so, wie sie weiter oben S. 84 sich findet. Derselben zufolge tragen obige 3 Capitalien in genannten Zeiten gerade so viel Zins, als 1200 fl. in 1 Jahr.

a) Nach der Proportionsrechn.

b) Nach der Kettenrechn.

$$\begin{array}{lcl}
 600 \text{ fl. C.} : 1200 \text{ fl. C.} = 1 \text{ J.} : x \text{ J.} & \left\{ \begin{array}{l} \text{J. ?} \\ \text{C. fl. 600} \end{array} \right. & \left. \begin{array}{l} 1 \text{ Zinssumme} \\ 1200 \text{ fl. C.} \end{array} \right\} \\
 \quad \quad \quad 2 \text{ J., also in 2 Jahren.} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Zinssumme} \quad 1 \end{array} \right. & \left. \begin{array}{l} 1 \text{ J.} \\ 2 \end{array} \right\} \\
 & & \hline
 & & 2 \text{ Jahre.}
 \end{array}$$

Uebungsbeispiele s. S. 84 etc. Nr. 597–602.

Die unter den mit Ziffer 2, 3 und 4 bezeichneten Ueberschriften nach dem Zwei und Dreisatze berechneten Beispiele auf S. 85–90 können nach den bisher vorgenommenen Uebungen in der Proportions- und Kettenrechnung von den Schülern gewiss mit Leichtigkeit ohne besondere Anweisung gelöst werden, um so mehr, da die vorbereitenden Rechnungen ganz so, wie dort auch der Proportions- und Kettenrechnung vorausgeschickt werden müssen. Ich glaube daher, dass zur Vermeidung von Wiederholungen und zur Ersparung des Raumes eine Hinweisung auf die dort aufgeführten Beispiele und Uebungsaufgaben genügen wird.

C. Hausrechnung.

1) Einfache Hausrechnung.

Beispiel: Jemand erhält für jeden Tag, an dem er arbeitet, 33 Kr.; wie viel verdient er sich monatlich, wenn er in der Regel 2 Tage in der Woche feiert? (Der Monat wird nach Abzug der wöchentlichen 2 Tage nur zu 22 Tagen gerechnet.)

a) Nach der Proportionsrechn.:

$$1 \text{ Tg.} : 22 \text{ Tg.} = 33 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

$$\frac{22}{66}$$

$$\frac{66}{66}$$

$$60 : 726 \text{ Kr.} = 12\frac{1}{10} \text{ fl.}$$

b) Nach der Kettenrechn.:

$$\text{fl. ?} \quad 22 \text{ Tg.}$$

$$\text{Tg. 1} \quad 33 \text{ Kr.}$$

$$\text{Kr. 60} \quad 1 \text{ fl.}$$

$$30 \quad 11$$

$$10 \quad 11$$

$$11$$

$$11$$

$$10 : 121 = 12\frac{1}{10} \text{ fl.}$$

2) Zusammengesetzte Hausrechnung.

Beispiel: Wenn Jemand eine Besoldung von 650 fl. hat, und täglich 30 Kr für Kost, monatlich 4 fl. für das Logis, wöchentlich 48 Kr. für Bedienung, 30 Kr. für Wäsche und 1 fl. 30 Kr. für sein Vergnügen ausgiebt, und ausserdem noch seine übrigen Bedürfnisse für das ganze Jahr zu 120 fl. anschlägt: was verbraucht er im Durchschnitt jeden Tag? Und was bleibt ihm jeden Tag noch übrig?

1) Berechnung der täglichen Ausgabe:

a) Für Kost beträgt dieselbe täglich nach der Aufgabe 30 Kr.,

b) für Logis giebt er monatl. aus 4 fl., in 1 J. $4 \times 12 = 48$ fl.

c) für die sonstigen Bedürfnisse jährlich 120 fl.

Für b und c zusammen 168 fl.

$$60$$

10080 Kr. jährl.

Wie viel kommt hier auf den Tag?

a) Nach der Proportionsrechn.:

$$365 \text{ T.} : 1 \text{ T.} = 10080 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

$$73 : 2016 = 27\frac{4}{7}\frac{5}{3} \text{ Kr.}$$

b) Nach der Kettenrechn.:

$$\text{Kr. ?} \quad 1 \text{ Tg.}$$

$$\text{Tg. 365} \quad 10080 \text{ Kr.}$$

$$73 \mid 2016 = 27\frac{4}{7}\frac{5}{3} \text{ Kr.}$$

Für Logis und die sonstigen Bedürfnisse betragen demnach die täglichen Ausgaben $27\frac{4}{7}\frac{5}{3}$ Kr.

d) Für Bedienung, Wäsche und für sein Vergnügen giebt er wöchentlich aus: $48 \text{ Kr.} + 30 \text{ Kr.} + 1 \text{ fl. } 30 \text{ Kr.} = 2 \text{ fl. } 48 \text{ Kr.} = 168 \text{ Kr.}$ Es fragt sich nun: Wie viel kommt hievon auf den Tag?

a) Nach der Proportionsrechn.: b) Nach der Kettenrechn.:

$$7 \text{ Tg.} : 1 \text{ Tg.} = 168 \text{ Kr.} : x \text{ Kr.}$$

$$24 \text{ Kr.}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Kr. ?} & 1 \text{ Tg.} \\ \text{Tg. 7} & 168 \text{ Kr.} \\ & 24 \text{ Kr.} \end{array}$$

Die Ausgaben für Bedienung, Wäsche und Vergnügen betragen demnach für den Tag 24 Kr.

Zusammenstellung der täglichen Ausgaben:

a) Für Kost	30 Kr.
b) Für Logis	} 27 $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{3}$ Kr.
c) Für die sonstigen Bedürfnisse	
d) Für Bedienung, Wäsche und Vergnügen	24 Kr.

Die sämmtl. Ausgaben für jeden Tag betrugen 1 fl. 21 $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{3}$ Kr.

2) Berechnung der täglichen Einnahme, die jährlich 650 fl. beträgt.

a) Nach der Proportionsrechn.: b) Nach der Kettenrechn.:

$$365 \text{ Tg.} : 1 \text{ Tg.} = 650 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$73 : 130 = 1 \text{ fl. } 46\frac{6}{7}\frac{2}{3} \text{ Kr.}$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ \hline 57 \\ 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{fl. ?} & 1 \text{ Tag.} \\ \text{T. 365} & 650 \text{ fl.} \\ 73 & 130 = 1\frac{5}{7}\frac{2}{3} \text{ fl.} \\ & 73 \\ \hline & 57 \end{array}$$

$$73 : 3420 = 46\frac{6}{7}\frac{2}{3} \text{ Kr.}$$

Die Einnahme für jeden Tag beträgt demnach 1 fl. 46 $\frac{6}{7}$ $\frac{2}{3}$ Kr.

Abschluss:

Tägliche Einnahme: 1 fl. 46 $\frac{6}{7}$ $\frac{2}{3}$ Kr.

Tägliche Ausgabe: 1 fl. 21 $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{3}$ Kr.

Täglicher Ueberschuss: — fl. 25 $\frac{1}{7}$ $\frac{7}{3}$ Kr.

Die Uebungsaufgaben hiezu s. S. 93 etc. von Nr. 629--638.

D. Theilungs- und Gesellschaftsrechnung

Die einleitenden Belehrungen über diese Rechnungsart findet sich S 95.

Beispiel: 3600 fl. werden unter drei Personen in der Art vertheilt, dass, wenn A. 3 fl. erhält, B. nur 2 fl. und C. nur 1 fl. bekommt. Wie viel erhält jede Person?

A. erhält 3 Theile

B. „ 2 „

C. „ 1 „

Dies sind zusammen 6 Theile.

Nun entsteht vor Allem die Frage: Wie viel beträgt ein Theil?

a) Nach der Proportionsrechn.: b) Nach der Kettenrechn.:

$$6 \text{ Th.} : 1 \text{ Th.} = 3600 \text{ fl.} : x \text{ fl.}$$

$$600 \text{ fl.}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{fl. ?} & 1 \text{ Th.} \\ \text{Th. 6} & 3600 \text{ fl.} \\ & 600 \text{ fl.} \end{array}$$

Ein Theil beträgt demnach 600 fl

A. mit 3 Theilen erhält daher $3 \times 600 = 1800 \text{ fl.}$

B. „ 2 „ „ $2 \times 600 = 1200 \text{ fl.}$

C. „ 1 „ „ $1 \times 600 = 600 \text{ fl.}$

Summa wie oben 3600 fl.

Bem. Es wird nicht nöthig sein, die übrigen bei der Zwei- und Dreisatzrechnung schon berechneten Beispiele aus der einfachen und zusammengesetzten Theilungs- und Gesellschaftsrechnung hier auch nach der Proportions- und Kettenrechnung durchzuführen, weil die Berechnung nach den letztgenannten Rechnungsarten den nämlichen Weg zur Lösung der Beispiele einschlagen muss, der schon oben eingehalten worden ist, wesshalb hier schon eine Hinweisung auf die von S. 98–103 vorgeführten Beispiele und Uebungsaufgaben genügen wird.

E. Einige Rechnungen, die sich auf die kürzeste Weise durch die Kettenregel lösen lassen.

Schon auf S. 112 dieses Theiles wurde gesagt, dass die Kettenregel in denjenigen Rechnungsaufgaben die meisten Vortheile gewährt, in welchen im Fragesatze andere Münzen, Masse und Gewichte angegeben sind, als im Satze mit den bekannten Verhältnissen und in denen das Verhältniss zweier Grössen nicht unmittelbar bekannt ist, sondern erst durch gegebene Zwischenverhältnisse bestimmt werden muss. Es sollen hier nun zur Uebung solche Aufgaben zur Berechnung durch die Kettenregel gegeben werden.

1s Beispiel: Wie viel bayerische Fuss sind 100 englische Fuss, wenn 81 englische Fuss gleich sind 76 pariser, 29 pariser gleich 30 rheinländischen und 930 rheinländische gleich 1000 bayerischen?

Berechnung:

B. Fuss?	100 englische Fuss
engl. F. 81	76 pariser Fuss
par. F. 29	30 rheinländische Fuss
rheinl. F. 930	1000 bayerische Fuss
31	
72819	7600000 = $104\frac{26824}{72819}$ bayer. Fuss machen
	100 englische Fuss.

2s Beispiel: Ein Kaufmann kauft den Ctr. Kaffee um 56 fl., und verkauft ihn wieder gebrannt, wobei an jedem Pfund im Durchschnitt 8 Loth durch das Brennen verloren gehen. Wie hoch muss er das Loth geben, wenn er 25 Procent gewinnen will?

Krz. ?	1 Lth. gebr.
gebr. Lth. 24	1 fl ungebr.
ungebr. fl 100	56 fl.
fl. 100	125 fl.
fl. 1	60 Kr.
5	3
8	25
4	7
4	7 = $1\frac{3}{4}$ Kr.

Ich frage beim Ansätze: Um wie viel Kr. muss der Kaufmann 1 Loth gebrannten Kaffee verkaufen, wenn 24 Loth gebr. so viel, als 1 Pfund ungebrannter ist, (denn durch das Brennen gehen an 1 Pfd. oder 32 Loth 8 Loth verloren; die 24 Loth gebr. Kaffee betragen daher gerade so viel, als 1 Pfd. ungebr.), wenn ferner 1 Ctr. od. 100 Pfd. ungebr. K. 56 fl. kosten und der Kaufmann für 100 fl. Auslagen jedesmal 125 fl. einnehmen will (er will

ja 25 Procent gewinnen, d. h. für 100 fl. 125 fl. einnehmen). Da oben nach Kr. gefragt ist, so ist der Ansatz noch nicht vollständig. Um nun mit gleicher Benennung zu schliessen, so müssen wir noch im Ansätze beisetzen: 1 fl. = 60 Kr.

- 1) Ein bayerisches Pfund ist 560 Gramm, ein hamburger fl 485 Gramm schwer; wie viel hamburger fl werden demnach $204\frac{1}{2}$ bayerische fl betragen?
- 2) Mit wie viel rhein. Gulden müssen 840 hannoverische Ellen bezahlt werden, wenn 8 brabantier Ellen 14 Thlr. preuss. kosten, 5 brabantier Ellen = 6 hannoversche Ellen und 7 fl. rhl. = 4 preuss. Thlr.?
- 3) Wie theuer kommt 1 Ballen Schreibpapier, wenn 3 Bogen mit 2 pf. bezahlt werden?
- 4) Von einer Waare werden 8 fl mit 5 Thlr. gekauft. Wie theuer müssen 4 fl wieder verkauft werden, um 20 Procent zu gewinnen?
- 5) Wenn 9 Louisd'or = 16 Dukaten, 1 Dukaten = 9 Mark, und 3 Mark = 1 Thlr. sind: a) Wie viel Thaler gehen daun auf eine Louisd'or? und b) wie viel Louisd'or betragen 10,000 Thlr.?
- 6) Wie viel fl. gilt ein Napoleonsd'or, da 1 Napoleonsd'or 20 Franken, 80 Franken 81 Livres, 1 Livre $27\frac{1}{2}$ Kreuzer ist?
- 7) 10 Ellen Spitzen kosten in Brabant $22\frac{1}{2}$ Thlr. in Gold; was kostet 1 berliner Elle in preuss. Courant, wenn 100 Thlr. Gold = 112 Thlr. preuss. Cour., und 80 brabantier Ellen = 83 berliner Ellen?

- 8) Wie theuer kommen $3\frac{1}{2}$ Ctr. Waare, wenn das Quint $14\frac{1}{2}$ Kr. kostet?
- 9) Ein Wiener Kaufmann kauft in Nürnberg eine Parthie Schnittwaaren ein, die Nürnberger Elle für 5 fl. rhein. Wie hoch kommt die Wiener Elle in österreichischem Geld, da 100 Nürnberger Ellen gleich 85 Wiener Ellen, und 6 fl. rhein. gleich 5 fl. Wiener Währung sind?
- 10) Welchen Werth hat ein russischer Silberrubel nach rheinischer Währung, wenn 3 Silberrubel in Russland 1 Dukaten gelten, 6 Dukaten 17 Thlr. sächs., und 20 Thlr. sächs. 21 Thlr. preuss. betragen, der preuss. Thlr. aber zu $1\frac{3}{4}$ fl. genommen wird?
- 11) 300 ℥ Thran kosten in Bremen 45 Thlr. Gold; wie viel preuss. Thlr. kommt der Ctr. zu 110 ℥ in Berlin, wenn 81 berliner ℥ = 76 bremer ℥ und 100 Thlr. Gold = 114 Thlr. preuss. sind?
- 12) Ein Kaufmann in Leipzig erhält aus Amsterdam 5 Beutel mit Safran, welche 125 Leipziger ℥ wiegen; 105 Leipziger ℥ sind gleich 100 Amsterdamer ℥ , und 1 Amsterdamer ℥ kostet 47 fl. holländisch. Wie viel Thlr. kommt der Safran, wenn 250 fl. holländisch $137\frac{1}{2}$ Thlr. betragen, und wenn noch $5\frac{0}{0}$ für Unkosten zu rechnen sind?

Aufgaben zur Wiederholung der im dritten Theile vorkommenden Rechnungsarten.

- 1) 1 Mann erhält täglich 1 ℥ 24 Loth Brod; wie viel macht dies in 3 Jahren, 5 Monaten und 18 Tagen?
- 2) Zu wie viel $\frac{0}{0}$ sind 2570 fl. ausgeliehen, wenn sie jährlich 64 fl. 15 Kr. Zins tragen?
- 3) Ein Kaufmann kommt mit einem Fuhrmann überein, dass er diesem für 240 ℥ 108 Meilen weit zu führen 96 fl. bezahlen will. Nun verkauft aber der Kaufmann, ehe der Fuhrmann wegfährt, noch 80 ℥ und bezahlt dem Fuhrmann für den Rest zu fahren 60 fl. Wie weit hat demnach der Fuhrmann die Fracht gefahren?
- 4) Wenn man täglich $4\frac{3}{4}$ Stunden zurücklegt; so braucht man zu einer Reise 24 Tage; wie lange wird man dazu brauchen, wenn man täglich $14\frac{1}{4}$ Stunden zurücklegen würde?
- 5) Ein Tagelöhner ersparte $\frac{2}{3}$ seines täglichen Lohns und nahm in 13 Wochen 56 fl. 20 Kr. ein.. a) Wie viel betrug sein täg-

- licher Arbeitslohn, wenn er die Woche hindurch 6 Tage arbeitete? und b) wie viel ersparte er von den eingenommenen 56 fl. 20 Kr.?
- 6) 90 Mann können in 5 Tagen einen Graben verfertigen, welcher 60 Ruthen lang, 30 Fuss breit und 10 Fuss tief ist. Wie lang wird demnach ein anderer Graben werden, dessen Tiefe 20 Fuss und dessen Breite 60 Fuss beträgt, wenn 300 Mann 10 Tage lang dazu angestellt werden, und die bedeutend grössere Tiefe eine viermal so grosse Mühe verursacht? (Decimalmass.)
- 7) A hatte vor 5 Jahren dem B. 750 fl. zahlen sollen, und ist ihm nach Verlauf von noch 5 Jahren wieder 750 fl. schuldig. Sein Verspäten sucht er dadurch wieder hereinzubringen, dass er die 750 fl., welche er 5 Jahre zu spät bezahlt, jetzt mit den 750 fl., welche er erst in 5 Jahren bezahlen sollte, in einer Summe mit 1500 fl. erlegt. Wie viel würde A. zu wenig bezahlen?
- 8) Von 6000 Mann bekommt jeder täglich $2\frac{1}{2}$ fl. Brod, wobei der Proviant 10 Monate reichen würde. Nach 2 Mon. kommen noch 4000 Mann; es wird aber nun jedem Mann $\frac{1}{2}$ fl. täglich abgebrochen; 3 Monate später ziehen 5000 Mann ab, und wieder nach 1 Monat nochmals 1000 Mann. Es wird nun täglich wieder $\frac{1}{2}$ fl. Brod weiter gegeben; wie lange wird der Rest der Mannschaft noch ausreichen?
- 9) A. legt 300 fl. ein, B. nach 3 Mon. 400 fl., C. nach weiteren 2 Monaten ebenfalls 400 fl. Nach 8 Monaten vom Anfange legt A. noch 100 fl. hinzu, B. aber nimmt 100 fl. heraus. Nach 3 Jahren vom Anfang wird der Gewinn, welcher 333 fl. 40 Kr. beträgt, vertheilt; was erhält Jeder?
- 10) Um ein Zimmer auszutapeziren, brauchte man 36 Ellen $\frac{5}{4}$ breite Tapeten; wie viele Ellen wird man zu 10 gleich grossen Zimmern brauchen, wenn die Tapeten bloss $\frac{3}{4}$ breit sind?
- 11) Wenn A. dem B. 400 fl. auf 3 Jahre zu $5\frac{0}{100}$ leiht; und B. dem A. dafür 300 fl. auf 5 Jahre leiht: zu wie viel $\frac{0}{100}$ ist das letztere Capital angelegt?
- 12) 12 Tagelöhner graben in $3\frac{1}{2}$ Tagen zu 10 Stunden ein Feld um, das 500 Fuss lang und 200 Fuss breit ist; wie viele Arbeiter werden erfordert, um in 3 Tagen zu 12 Std. ein Feld umzugraben, das 800 Fuss lang und 300 Fuss breit ist?
- 13) Ein Hirte braucht für seine Heerde Schafe, welche aus 420 Stück besteht, in 8 Monaten $3\frac{1}{2}$ Ctr. Heu. Nun bekommt er aber noch 120 Stück dazu und soll die ganze Heerde 9 Mon.

10 Tage füttern. Wie viel Heu wird er demnach für diese Zeit nöthig haben?

14) In einer Festung befindet sich eine Besatzung von 4000 Mann, welche auf 6 Mon. mit 800 Fässern Mehl versehen ist. Wenn nun noch 250 Fässer Mehl nachgeschickt werden, und die Besatzung sich 7 Monate halten soll; wie viele Mann können noch in die Festung einmarschiren?

15) Fünf Personen: A., B., C., D. und E. hatten Geld in eine Handlung gelegt und dabei einen Verlust von 1330 fl. erlitten. Wenn nun dem A. $\frac{1}{4}$, B. $\frac{1}{3}$, C. $\frac{1}{8}$, D. $\frac{1}{10}$ und E. der Rest von diesem Verluste trifft, was verliert Jeder?

16) Folgende Capitalien sollen in einem Termine ausgezahlt werden: 600 fl. zu $4\frac{0}{0}$ in $1\frac{1}{2}$ Monaten, 800 fl. zu $4\frac{1}{2}\frac{0}{0}$ in 2 Mon., 1000 fl. zu $5\frac{0}{0}$ in 4 Monaten, 1200 fl. zu $5\frac{1}{2}\frac{0}{0}$ in 3 Monaten, welches ist der Termin?

17) Ein Kaufmann kommt mit einem Fuhrmann überein, dass er ihm 36 Ctr. Waaren 80 Meilen weit führen soll, und es verspricht der Kaufmann dem Fuhrmann für jede 3 Centner $12\frac{1}{2}$ fl. Fuhrlohn. Nachdem aber der Fuhrmann 16 Meilen gefahren war, so verkauft der Kaufmann 4 Ctr., lässt den Rest 8 Meilen weiter führen, und kauft dann wieder 10 Ctr. dazu. Nun fährt der Fuhrmann mit der so verstärkten Fracht an den im Anfang bestimmten Ort. Wie viel Lohn gehört demnach dem Fuhrmann im Ganzen?

18) Zu einer Mauer, welche 40' lang, 7' hoch und $1\frac{1}{2}$ ' dick ist, werden 5187 Ziegelsteine gebraucht. Wie dick wird eine Mauer werden, die 60' lang und 8' hoch werden soll, und zu der 11856 Ziegelsteine gebraucht werden?

19) Wenn 5 Schreiber in 3 Tagen 75 Bogen schreiben, und wieder 8 Schreiber in 4 Tagen 176 Bogen: welche sind fleissiger?

20) Wie viel Zins geben 2920 fl. Capital zu $4\frac{1}{2}$ Proc. vom 1. März bis zum 16. April?

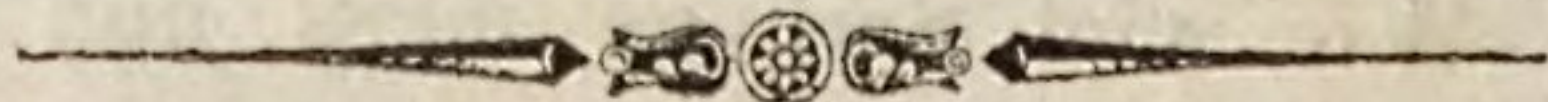
21) In einem Dorfe sollen die dasselbe treffenden Einquartierungskosten von 25 fl. nach dem Steuerfuss ausgeschlagen werden. Wenn nun A. mit 320 fl. in der Steuer liegt, B. mit 530, C. mit 175, und D. mit 212 fl.; was wird ein Jeder an den 25 fl. bezahlen müssen?

22) An einem gewissen Orte wird ein Eilbote abgeschickt, der alle 5 Stunden 7 Meilen macht. 8 Stunden nach seiner Abreise wird ihm ein anderer nachgeschickt, welcher, um jenen

einzuholen, alle 3 Stunden 5 Meilen machen muss. In wie viel Stunden wird er ihn einholen?

- 23)** In eine Verlassenschaft haben sich 6 Erben getheilt. A. hat nach Verhältniss $\frac{1}{4}$, B. $\frac{1}{5}$, C. $\frac{1}{6}$, D. $\frac{1}{7}$, E. $\frac{1}{8}$, und F. 200 Gulden davon erhalten. Es fragt sich nun: 1) wie viel jeder der fünf ersten Erben bekommen hat, und 2) wie gross die ganze Erbschaft gewesen ist?
- 24)** Jemand hat in 4 Terminen folgende Zahlungen und zwar ohne Zinsen zu leisten, nämlich 1500 fl. nach 2 Monaten, 2000 fl. nach 4 Monaten, 2500 fl. nach 6 Monaten und 3500 fl. nach 17 Monaten. Der Gläubiger wünscht, die ganze Summe auf einmal zu erhalten. Wann soll die Zahlung geschehen, damit weder der Gläubiger noch der Schuldner dabei Schaden leide?
- 25)** Ein Viehhändler hat 60 Ochsen auf 4 Monate zu überwinteren. Nach 1 Monat verkauft er 20 Stück; nach $\frac{1}{2}$ Monat abermals 20 Stücke; nach $\frac{1}{2}$ Monat will er noch so viel kaufen, dass sein Hausvorrath noch 3 Mon. ausreicht; wie viel Stücke muss er kaufen?
- 26)** Ein Hund verfolgt einen Fuchs, der jenem um 100 Sprünge voraus ist. So oft der Fuchs 9 Sprünge macht, thut der Hund deren 6; aber 3 Sprünge des Hundes machen 7 Sprünge des Fuchses aus. Wie viel Sprünge muss nun der Hund machen, bis er den Fuchs einholt?
- 27)** Jemand kauft ein Stück Leinwand, immer 5 Ellen um 2 fl. 36 Kr., und verkauft solche wieder, indem er 7 Ellen um 4 fl. 42 Kr. giebt. Dabei gewinnt er 10 fl. 36 Kr. Wie viele Ellen hielt das Stück?
- 28)** In das hinterlassene Vermögen eines Vaters theilen sich 6 Kinder so, dass das ältere immer 25 Gulden weniger bekommt, als das nächst jüngere. Das Vermögen beträgt 12525 fl. Wie viel erhält jedes Kind von dem ältesten an bis zu dem jüngsten?
- 29)** Jemand kauft 50 ℥ Canaster-Tabak und zwar von 2 Sorten. Von der ersten Sorte kostet 1 ℥ $3\frac{4}{5}$ fl., von der zweiten Sorte $4\frac{1}{2}$ fl. Der ganze Canaster wird mit 211 fl. bezahlt. Wie viele ℥ sind von jeder Sorte gekauft worden?
- 30)** In einer Stadt liegen 1675 Mann, theils Fussgänger, theils Reiter, in Garnison, von welchen der Fussgänger monatlich 3 fl., der Reiter 4 fl. Löhnung erhält. Da nun der monatliche Sold für die ganze Garnison 5500 fl. ausmacht, so ist die Frage: aus wie viel Mann Fussgänger und Reiter dieselbe besteht?

- 31) Ein Meister, 12 Gesellen und 4 Handlanger haben für eine gewisse Zeit, die sie arbeiteten, der Meister täglich 1 Thaler, der Geselle 16 Groschen und der Handlanger 10 Groschen, überhaupt aber 170 Thaler 16 Groschen ausbezahlt erhalten. Wie viel Tage haben sie dafür gearbeitet? (Der Thaler zu 24 Gr. gerechnet.)
- 32) Zu wie viel Thalern wird in Preussen der Ctr. Kupfer ausgeprägt, da 12 Pfennige 5 Quentchen wiegen, der preuss. Ctr. 110 ℔ , das ℔ zu 32 Loth, das Loth zu 4 Quentchen, hat, der Thaler 30 Silber Groschen und der Silber Groschen 12 Pfennige gilt?
- 33) Wie viel bayerische Scheffel Korn hat man nöthig, um ein bayerisches Infanterie-Regiment von 1200 Mann auf 1 Monat (zu 30 Tagen) mit Brod zu versehen, da die tägliche Brodportion eines bayer. Soldaten $1\frac{1}{2}$ bayer. ℔ ist, zu 136 ℔ Brod aber 100 ℔ Kornmehl nöthig sind, aus 100 ℔ Körnern 75 ℔ Mehl gemahlen werden, und 275 ℔ Korn 1 bayer. Scheffel ausmachen?



In der Buchner'schen Buchhandlung in Bamberg sind folgende sehr empfehlenswerthe und gediegene Schriften für Schulen &c. erschienen und in allen Buchhandlungen zu haben:

Engelbrecht, A. C., kurzer Inbegriff des Nothwendigsten und Gemeinnützigsten aus der Natur und dem Menschenleben für die Jugend in Stadt- und Landschulen auf die Dauer ihrer Schulpflichtigkeit. Zehnte verbesserte und vermehrte Auflage. Preis 12 fr.

Heinisch, G. Fr. und Ludwig, J. L., Erstes Sprach- und Lesebuch für Volksschulen. Ein Lesebuch für die zwei bis drei ersten Schuljahre. In drei Abtheilungen. Dritte Auflage. Preis roh 12 fr. 4 Sgr. Die I. Abtheilung (Fibel) kostet allein 3 fr.; die II. und III. Abtheilung 9 fr. Da zwei Ausgaben bezügl. der bibl. Geschichte existiren, eine für katholische und die andere für protestantische Schulen, so wolle dies bei den Bestellungen genau beobachtet werden.

Dieselben, Drittes Sprach- und Lesebuch. Ein Lesebuch für die Oberklasse der Volksschule und für die unteren Klassen höherer Lehranstalten. Einzelpreis 30 fr., bei Parthieabnahme von 15 Exemplaren à 27 fr. per Exemplar.

Dieselben, Viertes Sprach- und Lesebuch. A. u. d. T.: die Sprache der Prosa, Poesie und Beredsamkeit, theoretisch erläutert und mit vielen Beispielen aus den Schriften der besten deutschen Classiker versehen. Ein Sprach- und Lesebuch für höhere Lehranstalten und Familien.

Heinisch, G. Fr., Kleine Weltkunde für Schule und Haus. Mit einem Anhange, die Geographie und Geschichte Bayerns enth. 2te vermehrte Auflage. Preis 12 fr.

Derselbe, das Wissenswürdigste aus der Geographie und Geschichte Bayerns. 3. Auflage. Preis 6 fr.

Derselbe, Rechenbuch zum Schul- und Hausgebrauche. Eine nach den bewährtesten, methodischen Grundsätzen bearbeitete Anweisung zum Kopf- und Zifferrechnen, mit sehr vielen Übungsaufgaben. Erster Theil: Die Grundrechnungsarten in gleich- und ungleichbenannten Zahlen. Preis 18 fr., in Parthieen zu 15 Exemplaren à 16 fr. Zweiter Theil: Die Bruchrechnungen, 12 fr.; in Parthieen zu 15 Exemplaren à 10 fr. Dritter Theil: Der Zweifach, der Dreifach in Bruchform, die Proportions-, und die Kettenrechnung. Preis 24 fr., in Parthien von 15 Exempl. nur à 20 fr.

Derselbe, kurzer Abriss der Erdbeschreibung für die Hand der Schüler bearbeitet. Preis 9 fr.

Ludwig, J. L., Praktisches Handbuch für den gesammten Unterricht in den deutschen Volksschulen. Nach den bewährtesten Grundsätzen und dem gegenwärtigen Stand der Pädagogik bearbeitet.

F. K. Dffinger, Lehrer, Der Schreiblese-Unterricht in seiner natürlichne Verbindung mit dem Sprachunterrichte. Nach den bewährtesten Unterrichtsgrundsätzen bearbeitet und vieljährig angewendet. Mit einer Steindrucktafel. 2. umgearbeitete Auflage. Geheftet, Preis 54 fr.

Derselbe, Erstes Schul-Buch. Stufenweise geordneter Stoff zu den ersten Schreib- und Leseübungen, sowie auch zur Begründung des Sprach-Unterrichtes überhaupt, insbesondere aber zur Förderung der Rechtschreibung. Ein nothwendiges Hülfsmittel zum Schreiblese-Unterricht. Dritte verbesserte Auflage. Preis einzeln roh 12 fr.

Pflug, J., methodische Anleitung zu einem naturgemäßen und geistbildenden Unterrichte im schriftlichen Gedankenausdrucke und zur Verabfassung aller Arten schriftlicher Aufsätze für deutsche Schulen. 2 Theile. Preis 1 fl. 36 fr.

Pflug, J., kurzgefaßte Reformationsgeschichte für deutsche Schüler. Preis 6 fr.

Pflug, J., Anleitung zur Verabfassung aller Arten Kinderbriefe, nebst Aufgaben im Briefstyl, Preis 9 fr.